

Syllabus di Matematica

Commissione orientamento
Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche
Università di Parma

4 aprile 2017

Questo documento è rivolto principalmente agli studenti delle Scuole Superiori che pensano di iscriversi ad uno dei corsi di Laurea in Matematica, Fisica o Ingegneria, e ai loro docenti. Questi corsi di Laurea sono tutti ad accesso libero e il presente “Syllabus” è inteso unicamente come uno strumento per mettere a punto la preparazione preuniversitaria.

Vogliamo segnalare un piccolo numero di argomenti di base che dovrebbero far parte delle conoscenze consolidate di tutti gli studenti al termine degli studi superiori, nella maggior parte dei casi a prescindere dal tipo di istituto di provenienza. In effetti, si tratta di argomenti già contenuti nei programmi ministeriali e in quello del Progetto CORDA. È vero che questi contenuti sono recuperati anche nelle attività preuniversitarie (precorso o simili), ma spesso molto velocemente e senza adeguati approfondimenti. Idealmente, gli studenti interessati ai corsi di Laurea suddetti dovrebbero leggere questo elenco all’inizio del loro ultimo anno di scuola superiore, per avere il tempo di colmare eventuali lacune e acquisire la necessaria abilità tecnica. Come regola empirica, suggeriamo di conoscere bene 8 dei 10 argomenti indicati come imprescindibili; ricordiamo ancora una volta il Progetto CORDA (durante l’ultimo anno di scuola superiore) e i vari precorsi che offrono la possibilità di integrare la preparazione.

Per quanto riguarda i docenti delle Scuole Superiori, pensiamo che questa lista offra loro una guida nella scelta degli argomenti da privilegiare nell’offerta didattica, focalizzando l’insegnamento su questi temi.

Riteniamo peraltro che, preso *cum grano salis*, questo documento possa essere utile anche agli studenti che pensano di iscriversi ad altri corsi scientifici nei quali è presente qualche esame di Matematica. La buona conoscenza di almeno qualcuno fra gli argomenti segnalati, infatti, per quanto non indispensabile, facilita l’ingresso e rende più sereno l’impatto con la didattica universitaria.

L’elenco di argomenti è integrato da una selezione di esercizi nello stile di quelli del CORDA, a scopo esemplificativo.

1 Argomenti imprescindibili

1. Operazioni fra numeri (in particolare razionali) e loro proprietà, incluse quelle delle potenze. Confronto fra numeri razionali. Radicali.
2. Equivalenze. Saper riconoscere se il valore numerico della soluzione di un problema è coerente con i dati (ordini di grandezza dei numeri).
3. Formule elementari della geometria piana e solida.
4. Geometria analitica: retta per due punti; distanza fra due punti; equazione della circonferenza; equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate.
5. Operazioni fra polinomi: somma, prodotto, divisione con resto. Quadrati e cubi di binomi; prodotti notevoli. Regola di Ruffini.
6. Concetto di insieme e di insieme delle soluzioni. Equazioni e disequazioni di primo e secondo grado; equazioni e disequazioni razionali.
7. Misura in radianti. Funzioni trigonometriche elementari e loro grafici; valori notevoli; seno e coseno della somma.
8. Funzioni esponenziali e logaritmiche e loro grafici.
9. Notazione della matematica. Riconoscere quando le parentesi indicano l'argomento di una funzione. Saper sostituire un dato valore all'argomento di una funzione. Logica elementare: quantificazioni, implicazioni.
10. Grafici e proprietà delle funzioni elementari (incluso il valore assoluto). Capacità di interpretare il grafico di una funzione.

2 Ulteriori conoscenze utili (*) o molto utili ()**

1. (**) Equazione dell'ellisse e dell'iperbole; distanza fra punto e retta.
2. (**) Equazioni e disequazioni irrazionali.
3. (**) Equazioni e disequazioni con il valore assoluto.
4. (**) Equazioni e disequazioni trigonometriche elementari.
5. (**) Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche elementari.
6. (*) Il linguaggio degli insiemi.

7. (*) Funzione inversa; funzioni iniettive, suriettive, biettive. Trasformazioni elementari di grafici: traslazioni, ribaltamenti, ...
8. (*) Simbolismo per successioni e sommatorie.

3 Esercizi di riferimento

A titolo di esempio riportiamo alcuni esercizi relativi agli argomenti imprescindibili: la loro risoluzione **non deve presentare alcun problema**.

1. Il quoziente e il resto della divisione di 31324 per 102 sono $Q = \dots$ e $R = \dots$

2. Calcolate:

$$\frac{\frac{2200}{3300} - \frac{45}{54} - \frac{1}{5}}{\frac{3}{5} - \frac{2}{3} - \frac{1}{6}} \cdot \frac{5 - \frac{8}{3}}{2 + \frac{3}{4}} = \dots \qquad \frac{\frac{35}{14} - \frac{32}{24} - \frac{21}{18}}{\left(\frac{8}{3} - \frac{3}{2}\right) - \frac{7}{5}} = \dots$$

3. Usando le proprietà delle frazioni (ovvero **NON** calcolandone il valore decimale), mettete in ordine crescente i seguenti numeri:

$$-\frac{31}{7}; \quad \frac{35}{8}; \quad \frac{26}{6}; \quad -\frac{22}{5}$$

4. Calcolate:

$$\frac{\left(\frac{-4}{-3}\right)^3}{\frac{4}{9} \cdot 5 - \frac{5}{9} \cdot 4} = \dots \qquad -\frac{2^4}{8 \cdot 5^2} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3^3}{(-3)^3} - 1^4\right) = \dots$$

5. Per quali a è vero che $\sqrt{a^2} = a$? Per quali che $\sqrt[3]{8a^3} = 2a$? Per quali che $\sqrt{4+a^2} = 2+a$?

6. Completate:

$$\begin{array}{ll} 3,72 \text{ dg} = \dots \text{ Kg} & 4071,5 \text{ hg} = \dots \text{ cg} \\ 30217 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2 & 6410 \text{ cg} = 64,1 \dots \end{array}$$

7. La superficie di un campo di calcio potrebbe essere

$$257 \text{ m}^2 \quad 1\cdot000\cdot000 \text{ dm}^2 \quad 0,136 \text{ km}^2 \quad 0,000198 \text{ mm}^2$$

Una sigaretta potrebbe pesare circa 20

$$\text{g} \quad \text{mg} \quad \text{hg} \quad \text{dg} \quad \text{dag} \quad \text{cg}$$

Gli archi del Colosseo potrebbero avere raggio

$$197 \text{ mm} \quad 0,02 \text{ km} \quad 2837 \text{ cm} \quad 1947 \text{ dam}$$

8. Un cono ha raggio di base 3 metri e apotema 5 metri. Allora la superficie totale del cono è m^2 e il suo volume m^3 .

9. In questo esercizio usate $\pi \equiv 3,14$, e **non usate la calcolatrice**. Una vasca ha la forma di un mezzo cilindro di raggio 4 dm e lunghezza L . Dato che il rubinetto ha portata di 0,157 ettolitri al minuto e riempie la vasca in esattamente due ore, la lunghezza L della vasca è di km

10. La retta passante per i punti $(-1, 2)$ e $(2, \frac{1}{5})$ ha equazione; la retta per $(17, -4)$ perpendicolare a quella di equazione $3y + 5 = x$ ha coefficiente angolare

11. La circonferenza di centro $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{5})$ e raggio $\sqrt{3}$ ha equazione

12. Il quoziente e il resto della divisione di $3x^4 - 2x^2 + x - 5$ per $x^2 - x$ sono $Q = \dots$ e $R = \dots$.

13. Calcolate:

$$(2a - b)^3 - 8a(a - b)^2 = \dots \quad \frac{1 + a^6}{1 + a^2} = \dots$$

14. Una soluzione dell'equazione $3x^4 - 6x^3 + 2x^2 + x = 10$ è

$$2 \quad 1 \quad 0 \quad \text{non ne ha, è di quarto grado.}$$

15. Risolvete:

$$\frac{\frac{3}{5} - \frac{2}{3}x}{\frac{4}{3} - \frac{2}{5}} - \frac{\frac{1}{4}x + \frac{2}{7}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{10}} > 2 - \frac{1}{7}$$

16. Risolvete:

$$(5 - 6x^2 + 13x) \cdot (9x^2 - 64x^4) = 0, \quad x(3x + 2) > -\frac{1}{3}, \quad -6x^2 - 48 = 0.$$

17. Risolvete: $(4x^2 + 7) \left(2x - 5x^2 + \frac{3}{5} \right) (2 - 13x) < 0.$

18. Risolvete: $(3x^2 + 2)^2 = (7x - 2)^2.$

19. Qual è il minore fra i seguenti numeri?

$$\cos(7\pi/4) \quad \cos(2\pi) \quad \sin(2\pi/3) \quad \tan(4\pi/3).$$

20. Completate:

$$10^x = -\frac{1}{100} \iff x \dots\dots \qquad \log_4 x = -\frac{1}{2} \iff x \dots\dots$$

21. Risolvete: $\log_{10}(x + 1) \leq 2.$

22. Scegliete la risposta giusta: se $x = \log_5 135$ allora x :

- (A) vale $\sqrt[5]{135}$; (B) è fra 3 e 4;
(C) non esiste; (D) vale 27.

23. Scegliete la risposta giusta: se $g(x) = (2x + 5)/(3x - 6)$ allora

$$g(2) = 0 \quad g(0) = 0 \quad g(-4) = 1/6 \quad g(3) = \left(3, \frac{11}{3} \right).$$

24. Disegnate il grafico di una funzione definita sull'intervallo $[0, 5]$ e che: è crescente per $0 \leq x \leq 1$; è nulla per $x = 3$; è decrescente per $2 \leq x \leq 4$; ha un punto di massimo per $x = 5$.