1. CANDELINE DI COMPLEANNO (Cat. 3, 4)

Domani Costanza compirà tre anni e la mamma ha comprato le candeline per la sua torta. Ha acquistato una confezione da 24 candeline che potrà utilizzare anche per i prossimi compleanni sia di Costanza sia della sorellina Sofia, che per ora ha solo nove mesi. La mamma ad ogni compleanno mette sempre sulla torta candeline nuove.

Per quanti compleanni di Costanza e per quanti compleanni di Sofia basteranno le candeline comprate dalla mamma?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, sottrazione

Analisi del compito

- Capire che dal momento del compleanno di Costanza dovranno passare alcuni mesi prima che arrivi il compleanno di Sofia e dedurre quindi che anche per gli anni successivi è necessario considerare prima il compleanno di Costanza e poi quello di Sofia.
- Comprendere che ci vorranno 4 (3 + 1) candeline per i due prossimi compleanni di Costanza e di Sofia, poi 6 (4 + 2), poi 8 (5 + 3) e quindi in totale si saranno utilizzate 18 (4 + 6 + 8) candeline dopo i 5 anni di Costanza e i 3 anni di Sofia.
- Concludere che per il sesto compleanno di Costanza si potranno usare le 6 candeline rimaste (24 – 18 = 6), ma non ce ne saranno più per quello di Sofia. Quindi con le 24 candeline si potranno festeggiare 4 compleanni di Costanza e 3 di Sofia.

Oppure: partire dal numero complessivo delle candeline e sottrarre successivamente quelle usate dalla mamma per i compleanni di ciascuna bambina, fino ad esaurirle tutte.

Oppure: fare un disegno o uno schema di tutte le candeline utilizzate di volta in volta.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (4 compleanni di Costanza e 3 di Sofia) con spiegazione (dettaglio dei calcoli, schema o disegno)

Livello: 3, 4

Origine: Siena

2. L'ULTIMO IN PIEDI (Cat. 3, 4)

12 bambini sono in piedi, formano un cerchio e giocano al gioco "L'ultimo in piedi".

Il primo comincia dicendo "uno", il secondo, alla sua destra, dice "due", il terzo, alla destra del secondo, dice "tre" e così via.

Quando un giocatore dice un numero pari, viene eliminato e deve sedersi. I giocatori che hanno sempre detto dei numeri dispari restano in piedi e continuano a contare quando è il loro turno.

Vince l'ultimo in piedi, che dice l'ultimo numero dispari, dopo che tutti gli altri giocatori sono stati eliminati.

Chi sarà il vincitore? (il 1°, il 2°, il 3°, … il 12° giocatore)?

Quale sarà l'ultimo numero che verrà detto dal vincitore?

Mostrate come avete fatto per trovare le vostre riposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: numerazione, numeri pari e dispari

Analisi del compito

- Immaginare i primi numeri, i primi giocatori eliminati e i giocatori che restano in piedi e rendersi conto che è molto facile fino a 12, ma che bisognerà esaminare con più attenzione quello che succede dopo il 12. Ci sono allora diverse possibilità:
- giocare effettivamente, se si trovano 12 persone, ciò che non toglie che, nel momento di "mostrare" ciò che è stato fatto per trovare le risposte bisognerà darne una traccia scritta.

Oppure redigere una descrizione cronologica del tipo: 1 resta in piedi; 2 è eliminato; 3 resta in piedi, … ; 11 resta in piedi ; 12 è eliminato; chi aveva detto 1 (che era rimasto in piedi) dice 13; chi aveva detto 2 è già stato eliminato, perciò chi aveva detto 3 dice 14 ed è eliminato … Constatare che questo tipo di descrizione diventa sempre più difficile da controllare, giro dopo giro.

Oppure immaginare di numerare i 12 alunni poi di prenderli nell'ordine di eliminazione. Per esempio: *i sei bambini 2, 4, 6, 8, 10 e 12 sono eliminati al primo giro, ne restano sei che continuano: 1, 3, 5, 7, 9 e 11. Al secondo giro: 1 dice 13 e resta, 3 dice 14 ed è eliminato, 5 dice 15 e resta, 7 dice 16 ed è eliminato, 9 dice 17 e resta, 11 dice 18 ed è eliminato. Restano tre bambini: 1, 5 e 9. Al terzo giro: 1 dice 19 e resta, 5 dice 20 ed è eliminato, 9 dice 21 e resta. Restano due bambini, 1 e 9. Al quarto giro: 1 dice 22 ed è eliminato, 9 dice 23 e resta solo. È lui il vincitore.* (Questo ragionamento può essere eventualmente accompagnato da una rappresentazione in tabella).

Oppure utilizzare uno schema o disporre le sistemazioni dei giocatori (1, 2, 3, 4 … 12) in cerchio, scrivere a fianco di queste sistemazioni i numeri che corrispondono uno a uno, barrarli quando sono pari per arrivare al 23 sulla posizione del 9° giocatore.

- Si può anche trovare 23 attraverso un ragionamento sulla parità dei numeri, visto che 23 è il 12° numero dispari, ma senza sapere quale giocatore lo pronuncerà.

Attribuzione dei punteggi

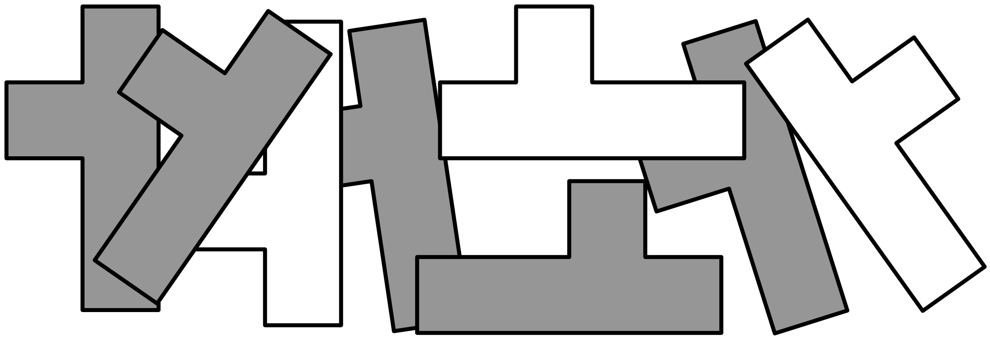
4 Le due risposte corrette (il 9° giocatore, 23) con spiegazione chiara

Livello: 3, 4

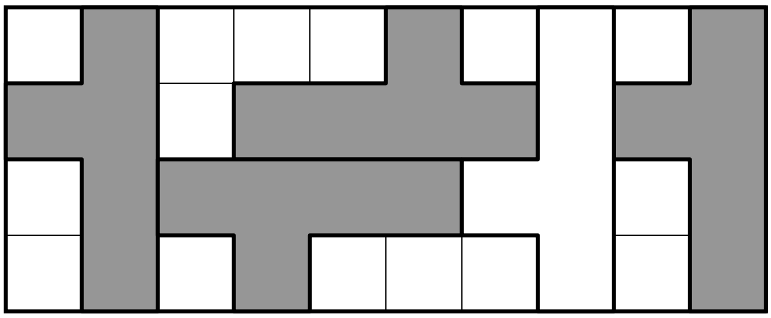
Origine: ispirato da un problema dell' 8e RMT

3. IL GIOCO DI *YURI* (Cat. 3, 4)

Yuri ha ritagliato 8 pezzi tutti identici da un cartoncino, che è grigio da una parte e bianco dall'altra. Osservandoli, si rende conto che le facce grigie assomigliano a delle *Y* come la prima lettera di *Yuri*.



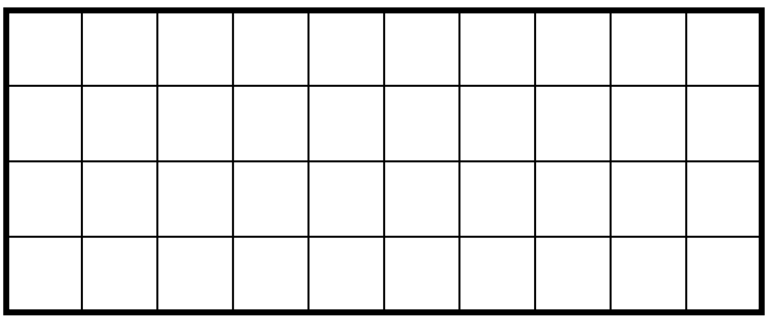
Yuri ha messo cinque dei suoi pezzi sulla griglia che vedete in basso: quattro con la faccia grigia visibile e uno con la faccia bianca visibile, ma avrebbe potuto metterne di più.



Quanti pezzi è possibile collocare al massimo sulla griglia, con il maggior numero possibile di facce grigie?

Ogni pezzo deve ricoprire esattamente cinque quadretti della griglia e non può ricoprire un quadretto già occupato da un altro pezzo.

Disegnate o incollate sulla griglia qui sotto il maggiore numero possibile di pezzi con il maggior numero possibile di facce grigie visibili.



#
#
#
# #
#
#
#

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: posizionamento di figure, pavimentazione su carta quadrettata, rotazioni e traslazioni

Analisi del compito

- Tentare di collocare le figure in modo “economico” per evitare gli spazi vuoti e rendersi conto che è molto facile posizionare 6 figure. Se per esempio le si unisce a due a due si possono collocare fianco a fianco tre rettangoli di 3 x 4 (fig. 1).

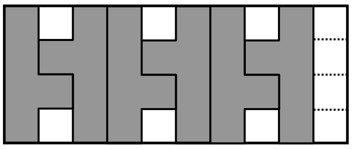


fig. 1

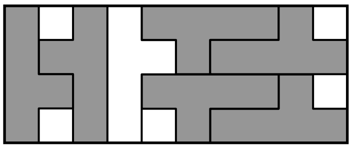


fig. 2

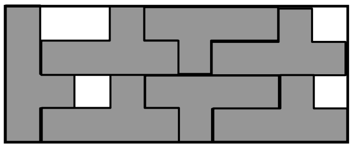


fig. 3

- Proseguire nella ricerca fino a poter collocare un settimo pezzo (eventualmente con una faccia bianca) (fig. 2) e/o infine 7 pezzi con la faccia grigia (fig. 3) con un disegno o con il ritaglio.
- La ricerca può partire dal conteggio dei quadretti: 40 quadretti della griglia permetterebbero al massimo di collocare 8 pezzi di 5 quadretti ciascuno. Quando ve ne sono solamente 6, 10 quadretti rimangono vuoti, questo può stimolare a cercare il modo per collocare un settimo pezzo.
- Rendersi però conto che la forma non consente di ricoprire tutta la griglia e che il numero massimo di pezzi che si può collocare è 7 e cinque quadretti restano vuoti (fig. 2 e 3).
- Un metodo efficace consiste nel ritagliare 8 pezzi e cercare di posizionarli.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta: 7 pezzi disegnati o incollati distintamente con la faccia grigia visibile (che rispettano l’orientamento della *Y*)

Livello: 3, 4

Origine: Genova, Rozzano

4. TORNEO DI BASKET (Cat. 3, 4)

Cinque squadre hanno partecipato ad un torneo di basket: Leoni, Orsi, Pantere, Rinoceronti, Tigri.
La squadra delle Tigri non si è piazzata né prima, né ultima.
La squadra degli Orsi si è classificata subito dopo quella dei Leoni, che non sono primi.
C'è una sola squadra tra Rinoceronti e Tigri.

Scrivete i nomi delle cinque squadre dalla prima all'ultima posizione della classifica.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Logica: gestione di relazioni e condizioni (compresa la negazione)

Analisi del compito

- Comprendere, secondo i vincoli dell'enunciato, che:
  al primo posto non ci possono essere Tigri, Leoni ed Orsi;
  le Tigri possono essere seconde, terze o quarte;
  fra Rinoceronti e Tigri non si possono collocare Leoni ed Orsi, che sono uno dopo l'altro, quindi si posizionano le Pantere, che perciò non sono prime;
- dedurre che al primo posto ci sono i Rinoceronti.
- Indicare la classifica finale: Rinoceronti, Pantere, Tigri, Leoni, Orsi.

Oppure: sistemare le squadre attraverso tentativi successivi e correzioni, eventualmente con l'aiuto di nomi o immagini mobili.

Oppure: costruire una tabella a doppia entrata (nome delle squadre / posizione) per visualizzare i vincoli.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (Rinoceronti, Pantere, Tigri, Leoni, Orsi)

Livello: 3, 4

Origine: Genova

5. LA COLLEZIONE DI MODELLINI (Cat. 3, 4, 5)

Leo colleziona modellini di motociclette.
Ha preparato alcune scatole per sistemarli tutti.
Comincia a mettere 4 modellini in ogni scatola, ma alla fine gli restano ancora 2 modellini da sistemare.
Leo cerca poi di mettere 5 modellini in ogni scatola, ma non ci riesce perché gliene mancano 3 per riempire tutte le scatole.

Quante scatole ha preparato Leo?

Quanti modellini di motociclette possiede?

Spiegate come avete trovato le vostre soluzioni.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, sottrazione, multipli, divisibilità

Analisi del compito

- Immaginare la situazione: la prima volta Leo mette 4 modellini per scatola e ne rimangono fuori 2. Allora Leo decide di mettere 5 modellini per scatola, cioè uno in più di prima. Con i 2 avanzati completa due scatole da 5 modellini, ma gliene mancano 3 per riempire tutte le scatole, quindi 2 scatole complete e 3 scatole incomplete, in totale 5. La situazione può essere rappresentata con il disegno di scatole, che vengono progressivamente riempite con i modellini. Con tentativi e successivi aggiustamenti si può arrivare al disegno corretto delle 5 scatole e dei modellini in esse contenuti.
- Contare o calcolare quindi il numero totale dei modellini 2 x 5 + 3 x 4 = 22 e verificare eventualmente 5 x 4 + 2 = 22 e 5 x 5 – 3 = 22.

Oppure procedere per tentativi successivi con le opportune moltiplicazioni, addizioni e sottrazioni e cercare il numero di modellini nelle due situazioni, per 4 e per 5, fino ad ottenere l'uguaglianza 5 x 4 + 2 = 22 e 5 x 5 – 3 = 22.

I tentativi possono essere a caso o organizzati facendo variare il numero di scatole e osservando che la differenza fra i due numeri di modellini decresce con regolarità, per esempio:

scatole	2	3	4	**5**
4 per scatola	4 x 2 + 2 = 10	4 x 3 + 2 = 14	4 x 4 + 2 = 18	4 x 5 + 2 = **22**
5 per scatola	5 x 2 – 3 = 7	5 x 3 - 3 = 12	5 x 4 - 3 = 17	5 x 5 - 3 = **22**

- Partire da un numero di modellini che permetta di rispettare una delle condizioni della disposizione (per esempio un numero che ha per resto 2 nella divisione per 4) e verificare se rispetta la seconda condizione. Ricominciare fino a trovare un numero che convenga.

  In ogni caso, dedurne che il numero di scatole preparate da Leo è 5, essendo 22 il numero di modellini.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposte corrette (5 scatole e 22 modellini) con spiegazioni chiare e dettagliate o tabelle che mostrino il confronto fra prodotti

Livello: 3, 4, 5

Origine: Luxembourg

6. COM'È BELLO LEGGERE! (Cat. 4, 5)

Fabio ha ricevuto in dono un libro di 174 pagine e decide di organizzarne la lettura nel modo seguente:

la domenica non leggerà,
tutti gli altri giorni, ad eccezione del mercoledì, leggerà lo stesso numero di pagine,
il mercoledì, poiché non ha il rientro a scuola, leggerà 15 pagine in più degli altri giorni.

Così facendo, Fabio impiegherà due settimane intere a leggere tutto il libro.

Quante pagine dovrà leggere il mercoledì e quante gli altri giorni per terminare il libro in due settimane?

Spiegate come avete fatto a trovare la soluzione.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: numeri entro il 200; le quattro operazioni

Analisi del compito

- Sapere che due settimane corrispondono a 14 giorni.
- Rendersi conto che nelle due settimane ci sono due domeniche e due mercoledì (Fabio leggerà 12 giorni, in 2 dei quali 15 pagine in più).
- Partire dalle 174 pagine, togliere le 30 pagine (2 x 15) eccedenti dei mercoledì e trovare il numero di pagine che legge regolarmente nei 12 giorni (144).
- Dividere il 144 per 12 e trovare che Fabio deve leggere 12 pagine al giorno.
- Aggiungere le 15 pagine lette in più di mercoledì per trovare il numero delle pagine lette in tali giorni (12 + 15 = 27)

Oppure: procedere per tentativi facendo ipotesi sul numero di pagine lette ogni giorno diverso dal mercoledì. Per esempio supporre che siano 10 e trovare che si avrebbero [(10 x 5) + 25] x 2 = 150 pagine lette nelle due settimane: troppo poco. Provare con 11 e scoprire che ancora non va bene e trovare invece che con 12 si ottiene esattamente 174 = [(12 x 5) + 25] x 2).

Oppure: considerare che se ogni giorno, diverso dalla domenica, delle due settimane Fabio avesse letto lo stesso numero di pagine, queste sarebbero state 14 (174 :12) con resto di 6 pagine. Procedere poi diminuendo ogni volta di uno il numero delle pagine lette ogni giorno (s'incrementa così ogni volta il resto di 12 pagine). Si trova così che ipotizzando 12 pagine lette al giorno si ottiene un resto complessivo di 30 pagine (le 15 in più dei due mercoledì).

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (27 pagine il mercoledì e 12 pagine gli altri giorni non festivi), con dettaglio dei calcoli e spiegazione

Livello: 4, 5

Origine: Ticino

7. IL NUMERO DI TELEFONO DI LUISA (Cat. 5, 6)

Luisa ha cambiato numero di telefono e lo comunica alla sua amica Carla, scrivendole un indovinello:

Il mio nuovo numero ha 6 cifre tutte diverse tra loro. Devi, inoltre, sapere che:
- la somma di tutte le cifre è 15;
- l'ultima cifra è metà della prima;
- la seconda cifra è il doppio della prima;
- la penultima cifra è uguale al doppio dell'ultima, aumentato di 1.

Riuscirà Carla, con questi indizi, a trovare il nuovo numero di Luisa e ad essere certa di chiamarla con un unico tentativo?

Quale potrebbe essere questo numero?

Scrivete la risposta e spiegate come l'avete trovata.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale:

- Aritmetica: il doppio/la metà, numeri pari, somma e differenza

Analisi del compito:

- Effettuare qualche tentativo, poi constatare che poiché 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5, le sei cifre, diverse, la cui somma è 15 possono essere soltanto 0, 1, 2, 3, 4 e 5 (non possono comparire le cifre 6, 7, 8, 9).
- Determinare la prima cifra, questa può essere solo 2 (deve essere pari perché l'ultima è la sua metà e non può essere 4 perché la seconda sarebbe 8). Quattro cifre del numero di telefono sono così determinate: 2, 4, _, _, 3, 1).
- Definire le due cifre centrali tenendo conto del fatto che le cifre devono essere tutte diverse e quindi le coppie (1 ; 4), (2 ; 3) non possono soddisfare la condizione, l'unica coppia possibile può essere quindi: (0 ; 5).
- Individuare le due sole possibilità corrette: 2, 4, 0, 5, 3, 1 e 2, 4, 5, 0, 3, 1 e comprendere quindi che non si può avere la certezza di parlare con Luisa al primo tentativo.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (No, perché i numeri di telefono possibili sono due (2, 4, 0, 5, 3, 1 e 2, 4, 5, 0, 3, 1) con spiegazione esauriente (esclusione di alcune cifre, calcoli per determinare le cifre, oppure tabella che riproduce tutti i casi con esclusione argomentata di quelli che non soddisfano le condizioni)

Livello: 5, 6

Origine: Cagliari

8. IL GIOCO DELLE DOMANDE (Cat. 5, 6)

Il gioco delle domande si gioca su un nastro di numeri come questo:

…	-5	-4	-3	-2	-1	Partenza	1	2	3	4	5	6	7	8	…

con un pedone per ogni giocatore, situato sulla casella "Partenza" all'inizio del gioco, e con un mazzo di carte-domanda.

Ogni giocatore, a turno, prende una carta dal mazzo, legge la domanda che vi è scritta e risponde.

Se la risposta è giusta, avanza il suo pedone di due caselle, se la risposta è sbagliata, torna indietro con il suo pedone di sei caselle.

Maria e Giovanni hanno preso ognuno 24 carte e hanno risposto ognuno alle 24 domande.

Alla fine del gioco, il pedone di Maria si trova sulla casella "Partenza" e il pedone di Giovanni sulla casella 24.

Quante risposte giuste e quante risposte sbagliate ha dato Maria? E Giovanni?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, moltiplicazione, sottrazione, multipli

Analisi del compito

- Rendersi conto che se un bambino avesse risposto correttamente a tutte le domande, alla fine del gioco il suo pedone si sarebbe trovato sulla casella 48 = 24 x 2.
- Constatare che una risposta sbagliata fa tornare indietro il pedone di 6 caselle, e che ciò annulla 3 risposte corrette o ancora che, per 4 risposte, se 3 sono giuste ed una sbagliata, questo dà come risultato un punteggio nullo.
- Per Maria, con calcoli che possano spiegare il ragionamento, ricavare che 6 risposte sono sbagliate (6 x 6 = 36) e 18 sono corrette (18 x 2 = 36); con un punteggio finale di 0 e il pedone sulla casella di partenza: 36 – 36 = 0;

  oppure considerare che il punteggio totale uguale a zero è determinato da 6 "pacchetti di risposte" composto ciascuno da una sbagliata e da 3 giuste, ossia in totale 6 sbagliate e 18 giuste.
- Per Giovanni, con lo stesso procedimento, capire che se il pedone si trova sulla casella 24, significa che, delle sue 24 risposte, 21 sono corrette (21 x 2 = 42) e 3 sono errate (3 x 6 = 18) quindi 42 – 18 = 24.
- Oppure, effettuare una ricerca sistematica, per individuare tutte le possibilità (per esempio con l'aiuto di una tabella):

Risposte corrette	Risposte errate	Punteggio positivo	Punteggio negativo	Casella d'arrivo
24	0	48	0	48
23	1	46	6	40
22	2	44	12	32
21	**3**	**42**	**18**	**24**
…	…	…	…	…
18	**6**	**36**	**36**	**0**

  Formulare le due risposte: Maria, 18 risposte corrette e 6 sbagliate; Giovanni 21 corrette e 3 sbagliate

Attribuzione dei punteggi

4 Le due risposte corrette (18 e 6 per Maria, 21 e 3 per Giovanni) con spiegazione completa (schema, oppure tabella, o calcoli che dimostrino eventuali tentativi)

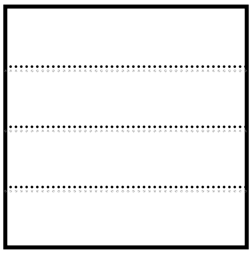
Livello: 5, 6

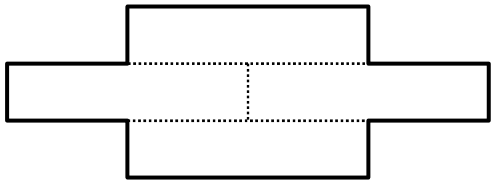
Origine: Milano

9. TAGLIAMO I QUADRATI IN QUATTRO (Cat. 5, 6, 7)

Isabella, Giulia, Sergio e Saverio hanno ricevuto ognuno lo stesso quadrato.
Ognuno di loro ha tagliato il suo quadrato in quattro parti identiche. Poi le ha messe insieme per realizzare una nuova figura.
Ecco il ritaglio del quadrato in quattro parti fatto da Isabella e la figura ottenuta con le quattro parti.

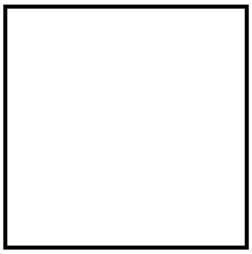
Isabella:

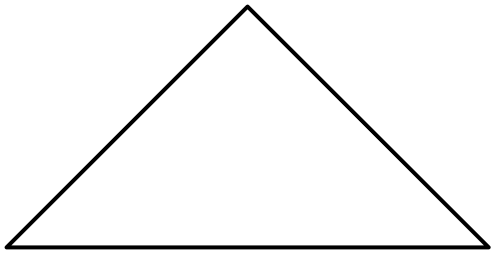




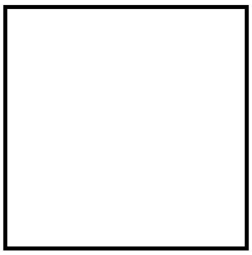
Ecco i quadrati ricevuti dagli altri tre bambini e le figure formate con le loro quattro parti.

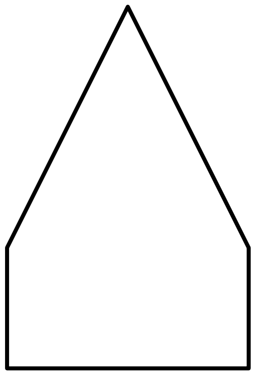
Giulia:



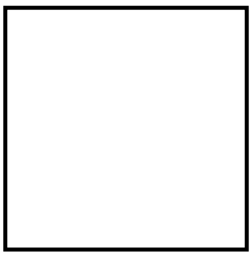


Sergio:





Saverio:



Disegnate i ritagli del quadrato di ogni bambino, e disegnate anche le quattro parti sulla figura che ha formato.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: scomposizione e ricomposizione di figure

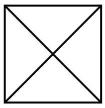
Analisi del compito

- Capire le condizioni di ritaglio del quadrato e i vincoli dell'assemblaggio delle parti.
- Un possibile primo modo di risolvere il problema consiste nel ricercare diversi modi per ritagliare il quadrato in quattro parti identiche e poi di metterle insieme posizionandole sulle figure;

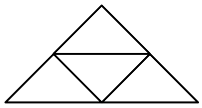
  • la scomposizione in quattro quadrati secondo le mediane o in quattro rettangoli identici (come nel caso di Isabella) non permette di ottenere le tre altre figure;

  • la scomposizione in quattro triangoli isosceli rettangoli secondo le diagonali permette di ottenere il triangolo costruito da Giulia e il parallelogramma costruito da Saverio;

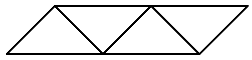
La scomposizione del quadrato di Giulia e Saverio



la figura di Giulia

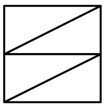


la figura di Saverio

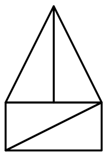


• la scomposizione in due rettangoli uguali utilizzando una mediana del quadrato, poi di ogni rettangolo in due triangoli rettangoli uguali utilizzando una diagonale permette di ottenere la figura di Sergio (e non quella di Saverio!).

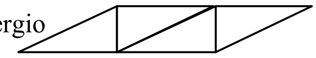
La scomposizione del quadrato di Sergio



la figura di Sergio



una figura sbagliata di Saverio con la scomposizione di Sergio



- Un secondo modo consiste nel ritagliare le figure ottenute da Giulia, Sergio e Saverio in quattro figure identiche:

  Per esempio, per la figura di Sergio, fare apparire un rettangolo «mezzo-quadrato», poi da questo rettangolo due triangoli rettangoli uguali utilizzando una diagonale.

  E per le figure di Giulia e di Saverio si può procedere in due modi diversi:

  cercando di trovare delle semplici relazioni tra le misure dei lati del triangolo o del parallelogramma e la misura del lato del quadrato (metà e doppio)

  osservando che le misure degli angoli del triangolo e di due degli angoli del parallelogramma sono la metà d'un angolo retto, (cosa che permette di eliminare la figura errata di Saverio)

Attribuzione dei punteggi

4 Il ritaglio del quadrato e la disposizione corrispondente dei pezzi per ognuna delle tre figure

Livello: 5, 6, 7

Origine: Bourg-en-Bresse

10. CREMA AL CIOCCOLATO (Cat. 5, 6, 7)

Celeste, Gianna e Sofia utilizzano la stessa ricetta per fare una crema al cioccolato. Perché la crema al cioccolato venga bene, non bisogna sbagliarsi nelle quantità di uova e di cioccolato.
Celeste ha utilizzato 4 uova e 200 grammi di cioccolato.
Gianna ha utilizzato 6 uova e 250 grammi di cioccolato.
Sofia ha utilizzato 10 uova e 500 grammi di cioccolato.
Una delle tre bambine non ha utilizzato la giusta quantità di cioccolato.

Chi non ha utilizzato la giusta quantità di cioccolato?

Spiegate il perché.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, moltiplicazione, proporzionalità

Analisi del compito

- Capire che devono essere rispettate delle proporzioni.
- Osservare che le quantità di Gianna e di Sofia sono incompatibili (il doppio di cioccolato non corrisponde al doppio di uova).

  Dedurne che sono o Gianna o Sofia ad essersi sbagliate e che quindi Celeste non si è sbagliata.

  Confrontare i dati di una delle due con quelli di Celeste, per esempio notando che per Celeste ci vogliono 2 uova per 100 grammi di cioccolato, cosa che è incompatibile con i dati di Sofia. Concludere che chi si è sbagliata è Gianna.

Oppure, partire direttamente dai dati di Sofia per dedurne che, secondo questi dati, per 2 uova ci vogliono 100 grammi di cioccolato o ancora 1 uovo per 50 grammi e verificare se i dati di Gianna e di Celeste sono compatibili.

Oppure, calcolare direttamente le quantità di cioccolato di ognuna per lo stesso numero di uova (rapporto). Per esempio il rapporto «peso di cioccolato per un uovo» si ottiene calcolando 200 : 4, poi 250 : 6 e 500 : 10. Si trova allora che Celeste e Sofia ottengono lo stesso risultato: 50 g di cioccolato per un uovo, diverso da quello di Gianna.

Oppure, utilizzare le proprietà additive e moltiplicative della proporzionalità. Per esempio, considerare che se per 4 uova ci vogliono 200 g di cioccolato, per 2 uova ce ne vogliono 100 g, poi per 6 uova (4 + 2), ce ne vogliono 300 g (200 + 100). Nello stesso modo, per 10 uova (4 + 4 + 2 o 6 + 4), ce ne vogliono 500 g (200 + 200 + 100 oppure 300 + 200). Ne consegue che Gianna si è sbagliata.

Una procedura attesa dagli alunni che prendono in considerazione solamente delle relazioni additive è la seguente: a partire dai due primi dati, considerare che se si aggiungono 2 uova, bisogna aggiungere 50 g di cioccolato; dedurne che per 8 uova, sono necessari 300 g di cioccolato e per 10 uova 350 g. Concludere, in modo coerente (ma evidentemente sbagliato per chi padroneggia i concetti di rapporto o di proporzionalità), che è Sofia ad essersi sbagliata.

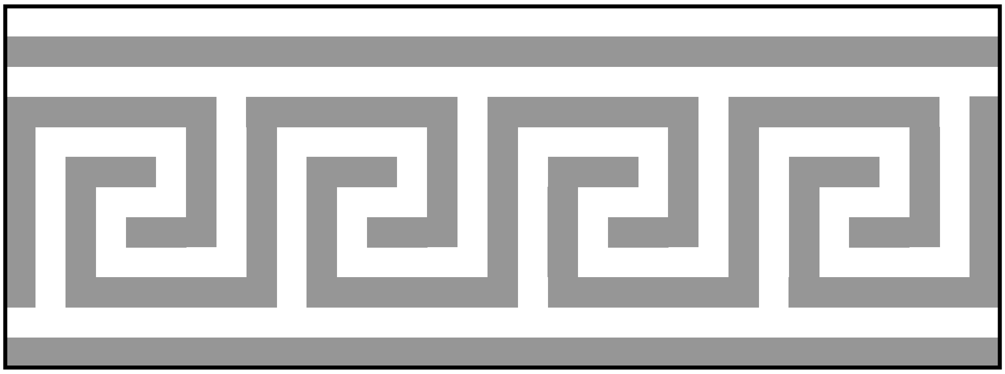
Attribuzione dei punteggi

4 Risposta esatta (Gianna si è sbagliata) con una spiegazione completa

Livello: 5, 6, 7
Origine: GP

11. ORNAMENTO GRECO (Cat. 5, 6, 7)

L'insegnante di Maya le propone di colorare la greca disegnata qui sotto dove le strisce scure e quelle più chiare hanno tutte la stessa larghezza:



Maya ripasserà in nero le zone scure e in giallo le zone più chiare, mettendo dappertutto esattamente lo stesso strato di colore.

Secondo voi, Maya utilizzerà più pittura gialla o più pittura nera?

Spiegate la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: area e motivi invarianti per traslazione
- Aritmetica: conteggio e operazioni

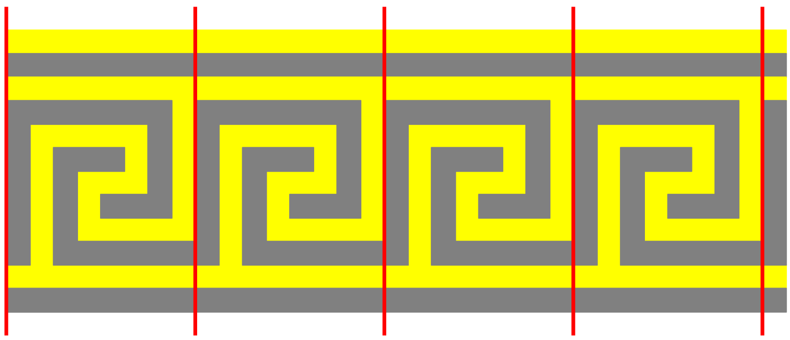
Analisi del compito

- Mettere in relazione quantità di pittura e area di ogni "zona", nera e gialla
- Immaginare una quadrettatura del motivo a partire dalla larghezza delle strisce e scegliersi una unità d'area (per esempio quella di un quadratino, *u,* il cui lato sia la larghezza delle strisce)
- Determinare, per conteggio, l'area di ogni zona (199 *u* per la zona gialla e 197 *u* per la zona nera)

Oppure: individuare l'esistenza di motivi invarianti per traslazione, ripetuti quattro volte e determinare l'area di ogni zona per un motivo dell'ornamento, per conteggio o procedendo linea per linea, per esempio:

per la zona gialla: 8 + 8 + 1 + 6 + 3 + 5 + 3 + 6 + 1 + 8 = 49 (in unità *u*)

e per la zona nera: 8 + 7 + 2 + 5 + 3 + 5 + 2 + 7 + 8 = 47 (in unità *u*)



Si ottiene per i 4 motivi, 196 (in *u*) per la zona gialla e 188 (in *u*) per la zona scura. E, aggiungendo la striscia di destra, si ottiene 196 + 3 = 199 (in *u*) per la zona chiara completa e 188 + 9 = 197 (in *u*) per la zona scura.

Oppure per ogni motivo invariante per traslazione, ritagliare le strisce chiare sotto forma di rettangolo e farne combaciare i capi; fare lo stesso con le strisce scure; valutare la differenza di lunghezza tra le due strisce così ottenute. La striscia chiara è più lunga della striscia scura di 2 *u*, ciò che fa 8 *u* per i quattro motivi. Contare sulla striscia tutta a destra della greca che la striscia scura supera di 6 *u* la striscia chiara.

- Concludere che ci vuole più pittura gialla che pittura nera.

Ci sono numerose altre procedure possibili, per esempio per compensazione (delle due strisce in alto e in basso o per eliminazioni successive di pezzi gialli e neri equivalenti).

Attribuzione del punteggio

4 Risposta corretta (ci vuole più giallo) con spiegazione completa che faccia chiaramente apparire una differenza di 2 unità tra le due parti, o con i dettagli del conteggio o i "segni" di compensazione, …

Livello: 5, 6, 7

Origine: Bourg-en-Bresse

12. PINOCCHIO IL GRAN BUGIARDO (Cat. 6, 7, 8)

Pinocchio è un gran bugiardo. Quando gli si fa una domanda, qualche volta dice delle grosse bugie e qualche volta delle piccole bugie. A volte dice anche la verità.

Ogni volta che dice una piccola bugia, il suo naso si allunga di 4 cm e ogni volta che dice una grossa bugia, il suo naso si allunga di 6 cm. Fortunatamente, ogni volta che dice la verità, il suo naso diventa la metà di quello che era prima.

Quando Pinocchio si è alzato questa mattina, il suo naso misurava 2 cm. Nel corso della giornata, ha risposto a 5 domande. Alla seconda e alla quinta domanda ha risposto la verità, ma alle altre domande ha mentito.

Alla fine della giornata, Pinocchio misura il suo naso e si dice: "Il mio naso misura 1,5 cm più di quello che misurerebbe se avessi detto una sola grossa bugia".

Quante grosse bugie ha potuto dire Pinocchio e a quali domande ha potuto farlo: alla prima, alla terza, alla quarta?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica
- Combinatoria

Analisi del compito

- Capire la situazione e ammettere che ci possano essere più soluzioni possibili; dedurre dall'enunciato che Pinocchio ha detto almeno due grosse bugie e capire che l'ordine secondo il quale vengono date le risposte ha importanza.
- Fare l'inventario di tutte le situazioni che corrispondono a una sola grossa bugia e determinare il numero di centimetri corrispondenti ai quali bisognerà aggiungere 1,5 cm. (Per esempio, si può posizionare una grossa bugia (G) o (+6) nella 1ª domanda o nella 3 ª o 4 ª domanda, queste ultime due portano allo stesso risultato, linee 2 e 3:

1) partenza: 2	G (+6) –> 8	V (:2) –> 4	P (+ 4) –> 8	P (+ 4) –> 12	V (: 2) –>	alla fine: 6 (cm)
2) partenza: 2	P (+4) –> 6	V (:2) –> 3	G (+6) –> 9	P (+ 4) –> 13	V (:2) –>	alla fine: 6,5 (cm)
3) partenza: 2	P (+4) –> 6	V (:2) –> 3	P (+4) –> 7	G (+6) –> 13	V (:2) –>	alla fine: 6,5 (cm)

  Dedurne che il naso di Pinocchio misura 7,5 o 8 cm.
- Considerare allora i casi con due grosse bugie, cioè una sola piccola bugia che può essere alla 1ª domanda o alla 3ª o 4ª (con lo stesso risultato in queste due linee 5 e 6)

4) partenza : 2	P (+ 4) –> 6	V (: 2) –> 3	G (+ 6) –> 9	G (+ 6) –> 15	V (: 2) –>	alla fine : **7,5 (cm)**
5) partenza: 2	G (+ 6) –> 8	V (: 2) –> 4	P (+4) –> 8	G (+ 6) –> 14	V (:2) –>	alla fine : 7 (cm)
6) partenza: 2	G (+ 6) –> 8	V (: 2) –> 4	G (+ 6) –> 10	P (+ 4) –> 14	V (:2) –>	alla fine : 7 (cm)

  Le 2 grosse bugie sono alla 3ª e 4ª domanda, il naso misura 7,5 cm (1,5 in più che 6) con una grossa bugia.
- Considerare infine il terzo caso, con tre grosse bugie :

7) partenza : 2	G (+ 6) –> 8	V (: 2) –> 4	G (+ 6) –> 10	G (+ 6) –> 16	V (: 2) –>	alla fine : **8 (cm)**

  Con 3 grosse bugie il naso misura 8 cm, cioè 1,5 più di 6,5 cm con una sola grossa bugia alla 3ª o alla 4ª domanda.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (due possibilità: 3 grosse bugie alle domande 1, 3 e 4 o 2 grosse bugie alle domande 3 e 4) con spiegazioni che mostrano chiaramente l'esaustività dei casi possibili con il dettaglio delle lunghezze del naso

Livello: 6, 7, 8

Origine: Valle D'Aosta

13. UN ANNO PARTICOLARE (Cat. 6, 7, 8)

2010

Nel 2010 le persone nate nel 19**46** hanno compiuto **64** anni: esse potevano scrivere la loro età, invertendo le ultime due cifre dell'anno di nascita.

Nel 2010 questo fenomeno si è ripetuto anche per persone nate in altri anni.

Indicate quanti anni avevano tutte queste persone nel 2010.

Spiegate come avete ragionato.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Logica
- Aritmetica

Analisi del compito

- Procedere per tentativi più o meno organizzati effettuando una ipotesi circa l'anno di nascita, calcolare quindi l'età corrispondente nel 2010 e convalidare o smentire la risposta controllando se il numero che indica l'età corrisponde al numero ottenuto invertendo le ultime due cifre dell'anno di nascita.
- Oppure fare la stessa cosa partendo dall'età delle persone nel 2010 e calcolando il corrispondente anno di nascita.
- Oppure accorgersi, dopo qualche tentativo, che la somma delle cifre delle età corrette è 10. Elencare, allora, tutti i numeri di due cifre di cui la somma delle cifre è 10. Verificare la coerenza tra gli anni e le età così determinate.
- Oppure accorgersi che la cifra delle decine (o quella delle unità) del numero relativo all'età è necessariamente il complemento a 10 della cifra delle decine (o rispettivamente di quello delle unità) del numero che indica l'anno di nascita (perché la somma dell'età e dell'anno di nascita, 2010, finisce per 0). Dedurre che visto che i numeri hanno le cifre invertite, questo complemento è la cifra delle decine (o rispettivamente delle unità) del numero stesso. Elencare, allora, tutti i numeri di due cifre in cui la somma delle cifre sia 10, per determinare tutte le età corrette.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (19 , 28 , 37, 46, 55, 64, 73, 82, 91) con spiegazioni chiare

Livello: 6, 7, 8

Origine: Bourg-en-Bresse

14. A MEZZOGIORNO (Cat. 7, 8, 9, 10)

Andrea, appena sveglio, chiede alla mamma che ora è.

La mamma gli risponde: “Ho guardato l’ora esattamente cinquanta minuti fa. In quel momento ho osservato che per arrivare a mezzogiorno mancava il doppio del numero dei minuti che erano trascorsi dalle 8.00.”

A che ora si è svegliato Andrea?

Spiegate il vostro ragionamento.

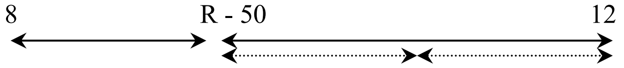
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Misure di tempo: ore e minuti
- Equazioni

Analisi del compito

- Comprendere la situazione (tra 50 minuti prima del risveglio di Andrea “R - 50” e mezzogiorno, c’è il doppio del numero di minuti che c’è tra le ore 8 e “R - 50”) eventualmente schematizzandola con un disegno che permette di “vedere” che la durata totale è suddivisa in tre “terzi”:



- Notare che dalle 8h a mezzogiorno passano 4 ore o 240 minuti e dedurne quindi che ci saranno 80 minuti fra le 8h e “R-50”, poi 80 + 50 = 130 minuti fra le 8h e il momento del risveglio “R”. Andrea quindi si è svegliato alle 10h10.

Oppure

- Procedere per tentativi successivi e trovare l’orario che soddisfi la condizione (cinquanta minuti prima mancava a mezzogiorno il doppio dei minuti che erano trascorsi dalle 8.00). Eventualmente iniziare i tentativi da un orario plausibile tipo le 10.00 e procedere per successivi aggiustamenti.

Oppure

- Impostare un’equazione la cui incognita x espressa in ore è l’ora attuale
  $12-\left(x-\frac{50}{60}\right)=2\left(x-\frac{50}{60}-8\right)$ da cui $x=\frac{61}{6}$, sono dunque 10 ore e 10 minuti, o le 10.10.
- Se x è il tempo trascorso fra le 8h e “R - 50”, si ottiene, per x espresso in ore: $x + 8 = 12 - 2x$ da cui $x = 4/3$.
- Oppure con x e le ore espresse in minuti, $x + 480 = 720 - 2x$ da cui $x = 80$.
- In ciascuno dei due casi precedenti è necessario interpretare la soluzione ed aggiungere i 50 minuti.

Attribuzione dei punteggi

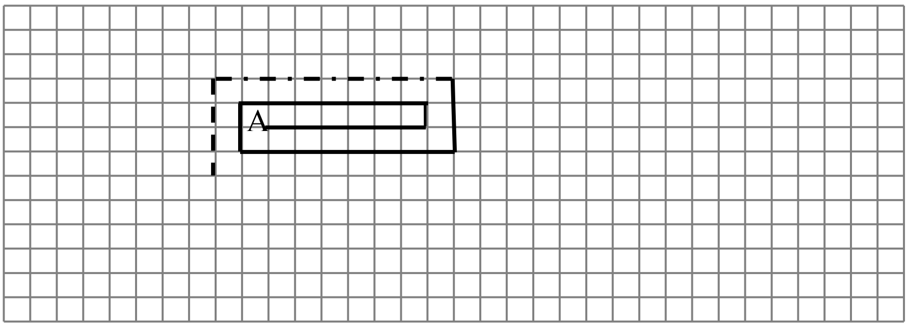
4 Soluzione corretta (10.10) con spiegazione esauriente

Livello: 7, 8, 9, 10

Origine: Ticino

15. UNA SPIRALE PARTICOLARE (Cat. 7, 8, 9, 10)

Gianni ha un foglio di carta quadrettata in cui i quadretti hanno i lati di 1 cm. Inizia a disegnare una spirale come quella che vedete in figura: parte da A, si sposta in orizzontale di 6 quadretti poi in verticale di 1, poi ancora di nuovo in orizzontale di 7 quadretti, poi in verticale di 2 quadretti e così via.



Gianni si ferma alla fine del cinquantesimo segmento orizzontale.

Quanto misura in centimetri la spirale disegnata da Gianni?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: somma di numeri naturali successivi; proprietà delle operazioni
- Algebra: approccio al concetto di serie numerica

Analisi del compito

- Comprendere le regole di costruzione della spirale rendendosi conto che la misura dei segmenti in cm, sia orizzontali che verticali, aumenta di volta in volta di 1 cm.
- Osservare che la misura dei segmenti verticali è 1, 2, 3, 4,… e quella dei segmenti orizzontali è 6, 7, 8, 9, … e constatare che la misura dell'*n*-esimo segmento orizzontale è $n + 5$ e che di conseguenza la lunghezza del cinquantesimo segmento orizzontale è 50 + 5 = 55 cm. Oppure 6 + 49 con un ragionamento analogo.
- Esprimere la lunghezza totale della spirale oppure rendersi conto che è la somma di due progressioni aritmetiche: (6 + 1 + 7 ... 54 + 55) + (1 + 2 + 3 + … + 48 + 49) ed effettuare le addizioni con una calcolatrice (rischiando notevoli possibilità di errore anche con la calcolatrice).

Oppure fare riferimento alle proprietà delle operazioni: commutativa, associativa e distributiva, semplificando così i calcoli mediante il raggruppamento di termini o la trasformazione di somme in prodotti. Per esempio: associando per due i termini di ogni serie a partire dall'inizio e dalla fine per ottenere somme parziali costanti
(6 + 7 + … + 54 + 55) + (1 + 2 + ... + 48 + 49) = (6 + 55) + (7 + 54) + … + (1 + 48) + (2 + 47) + … =
= 61 × 25 + 49 × 25 = 110 × 25 = 2750
oppure raggruppando i termini delle due serie a due a due 6 + 1 + 7 + 2 + 8 + 3 + … + 54 + 49 + 55 =
= (1 + 2 + 3 + 4 + ... + 49) + (1 + 2 + 3 + 4 +… + 49) + 6 x 50 = 2 x (1+2+3+4+….+49) + 6 x 50, poi come in precedenza per associazione e distribuzione, arrivare a 49 x 50 + 6 x 50 = 55 x 50 = 2750.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (2750 cm) con spiegazione chiara (dettaglio dei calcoli)

Livello: 7, 8, 9, 10

Origine: Siena

16. GEMELLI FORTUNATI (Cat. 8, 9, 10)

Diremo che due numeri formano una "coppia di gemelli" se:

- sono numeri consecutivi,
- nella loro scrittura non compare la cifra 0,
- per scrivere la coppia si utilizzano esattamente due cifre diverse.

Ad esempio 43 e 44 sono una coppia di gemelli come pure 343 e 344, mentre 434 e 435 non lo sono (in quanto si utilizzano tre cifre diverse per scriverli).

Francesca, pensando che 13 sia il suo numero fortunato, ha provato a scrivere tutte le coppie di gemelli aventi 13 come somma complessiva delle cifre.

(Negli esempi precedenti, le coppie di gemelli hanno rispettivamente somma 15 e somma 21).

Elencate in una lista tutte le coppie di numeri gemelli che Francesca dovrà scrivere e indicate quante ce ne sono.

Spiegate come le avete trovate.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: cifra-numero, notazione posizionale
- Combinatoria: permutazioni

Analisi del compito

- Capire che se un numero appartiene ad una coppia di gemelli ha, nella sua scrittura, o una sola cifra (eventualmente ripetuta) o due sole cifre diverse (eventualmente ripetute).
- Capire, inoltre, che se due numeri sono consecutivi allora anche i numeri ottenuti dalla somma delle cifre di ciascuno lo sono e, nel caso in cui i numeri consecutivi sono gemelli, allora le due uniche cifre che compaiono devono anch'esse essere consecutive e la minore delle due deve comparire al posto delle unità nel primo numero della coppia.
- Dedurre, quindi, che per avere somma 13 in una coppia di gemelli il primo numero deve avere come somma delle cifre 6 mentre il secondo 7. (E' l'unico modo per ottenere 13 come somma di due numeri consecutivi).
- Stilare la lista delle due possibili cifre consecutive che possono comparire in un numero con somma delle cifre 6 (o 7 per il suo consecutivo): **1-2, 2-3, 3-4, 6-7** (scartare 0-1 perché Francesca non vuole che nelle sue coppie di numeri gemelli compaia lo 0). Le cifre consecutive 4-5, 5-6 vanno scartate perché con i numeri ad una cifra non si raggiunge somma 13, mentre con quelli a due cifre che le utilizzano la somma è maggiore di 13 (17 come minimo); le cifre consecutive 7-8, 8-9 vanno scartate perché già con i numeri ad una cifra si ottiene somma maggiore di 13.
- Cercare i numeri gemelli che si possono ottenere per ciascuna delle possibili coppie di cifre successive evidenziate

1-2: **1221-1222; 2121-2122; 2211-2212**
11121-11122; 11211-11212; 12111-12112; 21111-21112
111111-111112

2-3: **222-223**

3-4: **33-34**

6-7: **6-7**

- Concludere che ci sono 11 coppie di gemelli con somma 13

Oppure: partire dalla coppia di gemelli ad una cifra **6-7** e scomporre via via il 6 ed il 7 in coppie di numeri consecutivi utilizzando 2 cifre e formando numeri di 2, 3, …, 6 cifre.

6 in 33 e 7 in 34, poi 6 in 222 e 7 in 223, ecc…

Oppure: procedere con le divisioni con resto. Per trovare il primo numero della coppia di gemelli dividere 6 (che rappresenta la somma delle cifre di tale numero) via via per 1, 2, 3, …,6 e trovare in questo modo rispettivamente coppie di gemelli ad 1 cifra, 2 cifre, …, 6 cifre; per esempio:

6:1 = 6 con resto 0 (coppia di gemelli ad 1 cifra in cui la cifra 6 compare esattamente 1volta nel primo numero) **(6-7)**

6:5 = 1 con resto 1 (coppia di gemelli a 5 cifre in cui la cifra 1 compare esattamente 4 volte nel primo numero)

(**11121-11122; 11211-11212; 12111-12112; 21111-21112**); ecc…

Oppure, procedere per via algebrica: sapendo che la somma complessiva delle cifre della coppia di gemelli è 13 ed indicando con z e $z + 1$ le due cifre consecutive che compaiono nella coppia, impostare un'equazione del tipo $nz + m(z + 1) = 13$, da cui ricavare $(n + m)z = 13 - m$ e discutere le soluzioni per $0 < n + m < 13$ e $n + m$ pari (perché il numero totale delle cifre di due numeri consecutivi, escludendo lo zero, è pari):

per $n + m = 12$ si ottiene $12z = 13 - m$ e quindi $z = (13 - m)/12$ che ha soluzioni intere solo se $13 - m$ è un multiplo di 12 e cioè solo se $13 – m = 12$ altrimenti verrebbe m negativo. Si ottiene $m= 1$, $n=11$ e quindi $z=1$ e $z+1=2$ e la coppia di gemelli sarà formata da undici cifre 1 e da 1 cifra *2* da cui si ottiene la coppia di gemelli **111111-111112**; stessa cosa per n+m=10, 8, 6, 4 e 2.

Attribuzione dei punteggi

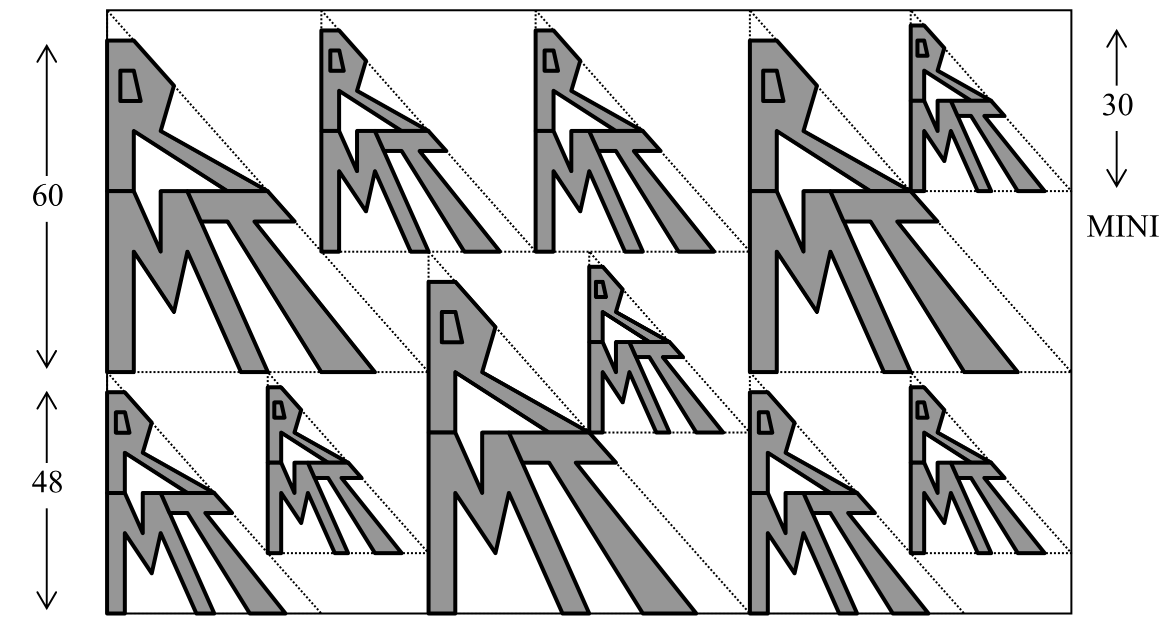
4 Risposta corretta (le 11 coppie di gemelli) con spiegazione chiara del procedimento

Livello: 8, 9, 10

Origine: Siena

17. LE PLACCHE MAGNETICHE (Cat. 8, 9, 10)

Il Signor Ronald Mac Terror ha creato una placca metallica magnetica da fissare alle porte dei frigoriferi, in tre grandezze (vedi figura):
Il modello "MINI" ha 30 cm di altezza.
Il modello "MEDIO" ha 48 cm di altezza.
Il modello "MAXI" ha 60 cm di altezza.



Dopo aver riprodotto i tre modelli, in più copie, su un foglio di metallo, il Signor Ronald Mac Terror li ha ritagliati con precisione e li ha pesati.
Le 4 placche metalliche "MINI" pesano insieme esattamente 216 grammi.

Quanto pesano insieme le altre 7 placche?

Date il risultato approssimato ai grammi.

Spiegate la vostra soluzione.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: rapporti, proporzionalità
- Geometria: rapporto tra aree in un ingrandimento

Analisi del compito

- Comprendere che il peso dei magneti è proporzionale alle loro aree poiché sono ritagliati da uno stesso foglio e le figure sono simili, ciò significa che il rapporto tra due lunghezze corrispondenti è lo stesso qualunque sia la direzione, non è quindi necessario attribuire delle misure ai lati dei triangoli paralleli alla lunghezza del foglio dal quale sono stati tagliati i magneti.
- Calcolare il peso di un modello "MINI": 216 : 4 = 54 (in grammi).
- Calcolare il rapporto di proporzionalità tra un modello "MAXI" e uno "MINI": 60/30 = 2.
- Calcolare il rapporto delle aree delle due figure: in modo "esperto": $2^2 = 4$; o, immaginando che il magnete "MINI" sia inscritto in un rettangolo, che è un quarto del rettangolo nel quale è inscritto il modello "MAXI";

  oppure ricordando che l'area di un triangolo rettangolo i cui cateti misurano a e b è ab/2, considerare che l'area di un triangolo rettangolo ingrandito secondo un rapporto di lunghezza r è r^2 ab/2.
- Calcolare il peso di un modello "MAXI": 54 x 4 = 216 (in grammi) e il peso dei tre modelli: 216 x 3 = 648 (in grammi).

- Allo stesso modo calcolare il rapporto fra le altezze MEDIO/MINI 48:30 = 1,6 e quello delle aree $1{,}6^2$ = 2,56. Poi il peso di un modello MEDIO: 54 x 2,56 = 138,24 (in grammi) e il peso di quattro magneti: 138,24 x 4 = 552,96 ≈ 553 (approssimato in grammi).
- Addizionare quindi i pesi dei sette magneti: 648 + 552,96 = 1200,96 ≈ 1201 (in grammi)

  Uno degli errori attesi sarà considerare i pesi dei magneti come proporzionali alle altezze e non alle aree; cosa che porterà a pesi dei modelli MAXI e MEDIO rispettivamente di 108 = 54 x 2 e di 86,4 = 54 x 1,6 e ai pesi dei sette magneti di (3 x 108) + (4 x 86,4) = 669,6.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta esatta 1201 grammi (oppure 1200,96) con spiegazione, cioè calcolo dei pesi di ogni modello

Livello: 8, 9, 10

Origine: problema ripreso da «il Logo» 13° RMT-F

18. LA TABELLA DELLA DIVISIONE (Cat. 8, 9, 10)

Giulia ha costruito sul suo computer una tabella della divisione dei numeri naturali da 1 a 100. Ha impostato nel suo programma di calcolo un arrotondamento dei quozienti al centesimo (due cifre dopo la virgola), per limitare le pagine da stampare.

Ecco l'angolo superiore di sinistra della prima pagina della sua tabella della divisione:
(per esempio, all'intersezione della colonna 4 con la riga 9 si trova il quoziente di 4 diviso 9, del quale sono state scritte solo le due prime cifre decimali: 4 : 9 ≈ 0,44)

:	1	2	3	4	5	6	…
1	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	
2	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
3	0.33	0.67	1.00	1.33	1.67	2.00	
4	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	
5	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	
6	0.17	0.33	0.50	0.67	0.83	1.00	
7	0.14	0.29	0.43	0.57	0.71	0.86	
8	0.13	0.25	0.38	0.50	0.63	0.75	
9	0.11	0.22	0.33	0.44	0.56	0.67	
10	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	
11	0.09	0.18	0.27	0.36	0.45	0.55	
12	0,08	0,17	0,25	0,33	0,42	0,50	

Ecco un altro frammento della tavola di Giulia, preso un po' più in là:

0.64	0.71	0.79	**0.86**	0.93	1.00	1.07
0.60	**0.67**	0.73	0.80	0.87	0.93	1.00
0.56	**0.63**	0.69	0.75	0.81	0.88	0.94
0.53	0.59	0.65	0.71	0.76	0.82	0.88
0.50	0.56	0.61	**0.67**	0.72	0.78	0.83
0.47	0.53	0.58	**0.63**	0.68	0.74	0.79
0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75

Le due scritture 0.67 che si vedono sopra, rappresentano lo stesso quoziente?

Le due scritture 0.63 rappresentano lo stesso quoziente?

Scrivete i primi dieci decimali del quoziente rappresentato da 0.86 in questa parte della tavola.

Spiegate come avete fatto a rispondere.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: numeri razionali, quozienti, frazioni equivalenti, approssimazioni decimali

Analisi del compito

- Fare eventualmente una verifica di qualche quoziente della tabella per capirne la lettura e le approssimazioni al centesimo. Osservare le regolarità: 1.00 nella diagonale grande, 0.50 per 1/ 2; 2 / 4; 3 / 6, … osservare che i quozienti equivalenti sono allineati (su rette passanti per l'origine (0,0) della tabella, anche se tale origine non appare).
- Determinare a quale riga e colonna della tavola corrispondono le righe e le colonne dell'estratto. Per esempio: continuando la tabella (bastano 2 righe e 4 colonne per ritrovare 0.64 , 0.71, 0.79 della prima riga dell'estratto); oppure ritrovando nella prima riga dell'estratto 0.45; 0.50; 0.55; 0.60; …i quozienti della divisione per 20 o ancora considerando la posizione dei quozienti 1.00, poi gli 0.50, quindi 0.67 … ; oppure calcolare le differenze fra due numeri vicini di una riga, per esempio la prima $x : x = 1.00$; quindi per la casella di destra $(x +1) :x = 1.07$ da $x +1 = 1.07x$ e $0.7x = 1$, e dunque $x \approx 14$, verificare poi per qualche altro quoziente della colonna 14 (14 : 14 = 1 ; 14 : 15 = 0.93 ….).
- Concludere che l'estratto della tabella ha inizio alla riga 14 e va fino alla 20, delle colonne da 9 a 15.
- Le due scritture 0.67 sono dunque i quozienti arrotondati di 10:15 e di 12:18 che rappresentano lo stesso numero: 2/3 arrotondato al secondo decimale.
- Le due scritture 0.63 riportate sotto le precedenti sono gli arrotondamenti dei quozienti di 10:16 e di 12:19. Non sono dunque uguali (10:16 = 0,625 e 10:19 = 0,631578…).
- 0.86 si situa nella dodicesima colonna alla quattordicesima riga della tabella completa: si tratta di 12 : 14 o 6 :7 = = 0,8571428571.. .

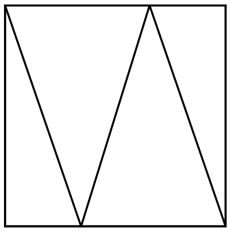
Attribuzione dei punteggi

4 Le tre risposte corrette: Sì, è lo stesso numero 2/3; no, sono due numeri diversi 5/8 e 12/19; 0,8571428571.. = 12/14 o 6/7 …) con spiegazioni chiare

Livello: 8, 9, 10
Origine: fj

19. DIVISIONE DI UN QUADRATO (Cat. 9, 10)

Questo quadrato è stato diviso in quattro triangoli da tre segmenti di 10 cm di lunghezza (vedi figura).



Quali sono le aree di questi quattro triangoli?

Spiegate la vostra risposta.

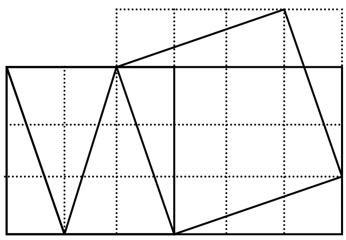
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: triangolo rettangolo, teorema di Pitagora
- Equazioni

Analisi del compito

- Analizzare la figura: due triangoli sono isosceli ed uguali (due lati di 10 cm), il loro asse di simmetria li divide in due triangoli rettangoli di 10 cm di ipotenusa, uguali ai due triangoli di sinistra e di destra. Dedurne che il cateto corto dei triangoli rettangoli è la metà della base di un triangolo isoscele e un terzo di un lato del quadrato, poi che il cateto lungo dei triangoli rettangoli vale il triplo di quello corto.
- Stabilire allora la relazione di Pitagora in uno dei due triangoli rettangoli.
  Per esempio, se c indica la misura del lato del quadrato, in cm:
  $c^2 + (c/3)^2 = 10^2 \Rightarrow c^2 = 90$ e poi che le aree dei quattro triangoli sono 15, 30, 30 e 15 (cm^2).



Oppure, senza Pitagora, lavorare tramite quadrettatura del quadrato d'origine di 3 x 3 e costruire un quadrato di 10 cm di lato su uno dei segmenti formanti la diagonale di un rettangolo 3 x 1. Questo quadrato si inscrive in una griglia di quadrati 4 x 4 e i 4 triangoli al di fuori del quadrato hanno per area 6 quadretti. L'area del quadrato di 100 cm^2 è dunque quella di 10 quadretti della griglia. Se ne deduce che l'area di un quadratino della griglia vale 10 cm^2, che l'area del quadrato d'origine vale 90 (cm^2) e che le aree dei quattro triangoli sono 15, 30, 30 e 15 (cm^2).

Oppure fare un disegno preciso, ma senza poter essere certi delle misure 15 e 30.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposte corrette (aree 15, 30, 30 e 15 (cm^2)) con spiegazioni

Livello: 9, 10

Origine: fj

20. GIORNATA DI PIOGGIA (Cat. 9, 10)

Tutte le settimane Massimo e Leonardo acquistano in edicola l'ultimo numero di Topolino e la "raccolta" che consiste in 5 vecchi numeri uniti in un unico grande libro.
Durante un pomeriggio di pioggia, per passare il tempo, Massimo legge l'ultimo numero uscito, il 5802 e Leonardo la raccolta dei vecchi numeri 4506, 4507, 4508, 4509, 4510 appena pubblicata.
A un certo punto Leonardo chiede: *"Ma allora presto le raccolte non ci saranno più, perchè raggiungeranno il numero del Topolino nuovo. Io allora cosa leggerò?"*
Massimo risponde: *"Hai ragione! Non ci avevo mai pensato, ma non ti preoccupare succederà solo tra molte settimane e per allora sicuramente avrà smesso di piovere!"*

Tra quante settimane le "raccolte" di vecchi numeri raggiungeranno il numero del nuovo Topolino?

Giustificate la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica
- Algebra: equazioni di primo grado o rappresentazione grafica

Analisi del compito

- Risolvere il problema per via aritmetica calcolando lo scarto tra i numeri e le raccolte. Per esempio:
  questa settimana, la raccolta arriva a 4510, ci sono dunque 5802 – 4510 = 1292 numeri di «ritardo» sul numero appena uscito. Siccome la raccolta «recupera» 4 numeri alla settimana, ci vorranno 1292 : 4 = 323 settimane.
- Verificare che tra 323 settimane le due pubblicazioni coincidano col numero 6125 = 4510 + 5 x 323 = 5802 + 323
- Oppure mediante una tabella che approcci una soluzione algebrica:

settimana :	0	numero della rivista 5802	ultimo numero della raccolta: 4510
	1	5802 + 1	4510 + 5
	2	5802 + 2	4510 + 10
	…	…	…
	x	5802 + x	4510 + 5x

risolvere l'equazione $4510 + 5x = 5802 + x$ la cui soluzione è $x = 323$.*

O rappresentare graficamente le due equazioni precedenti mediante due rette e trovare il loro punto di intersezione.

Attribuzione dei punteggi

4 Soluzione corretta (323*) con spiegazione chiara del procedimento seguito (aritmetico o algebrico)

Livello: 9, 10

Origine: Valle d'Aosta

* Si può accettare la risposta 322, se è chiaramente motivata dalle difficoltà materiali di pubblicare l'ultimo numero e di inserirlo nella raccolta nella medesima settimana.