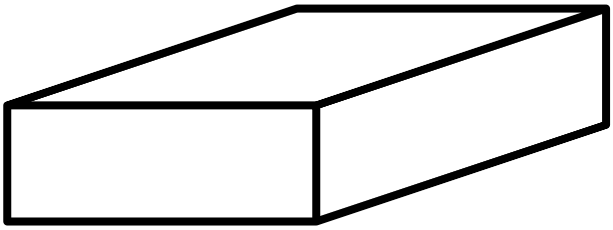
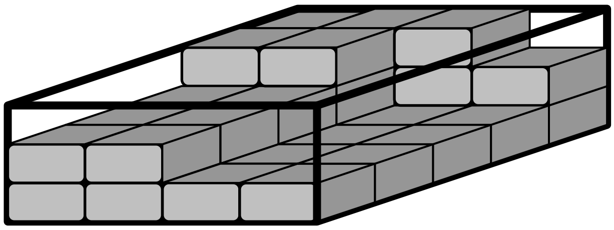
1. GOLOSERIE (Cat. 3, 4)

La mamma ha comprato una scatola di cioccolatini e l'ha lasciata sul tavolo.
Ecco la scatola, piena ma ancora chiusa, con il suo coperchio:



Il giorno dopo, quando apre la scatola, scopre che i suoi bambini hanno già mangiato una parte dei cioccolatini. Ecco ciò che resta.



Quanti cioccolatini c'erano nella scatola quando era piena?

Quanti cioccolatini hanno mangiato i bambini?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria nello spazio: rappresentazione in prospettiva di una sovrapposizione di "parallelepipedi"
- Aritmetica: conteggio, addizione, sottrazione, moltiplicazione

Analisi del compito

- Capire che la scatola piena comporta 3 strati di 4 file di 5 cioccolatini o 5 file di 4 cioccolatini, cioè 5 x 4 x 3 = 60
- Capire che non tutti i cioccolatini presenti nella scatola sono visibili nel disegno
- Determinare il numero dei cioccolatini contenuti nella scatola piena e il numero dei cioccolatini che restano nella scatola (37) ed effettuare la differenza (60 – 37 = 23)

Oppure: determinare visualmente il numero di cioccolatini che mancano, parte per parte, e addizionarli (per esempio 6 sulla parte superiore "a sinistra" più 2 strati di 8 cioccolatini ognuno, più i cioccolatini in alto a destra 6 + 16 + 1 = 23)

Oppure: risoluzione con l'aiuto di materiale (cubi), o altre rappresentazioni, …

Attribuzione dei punteggi

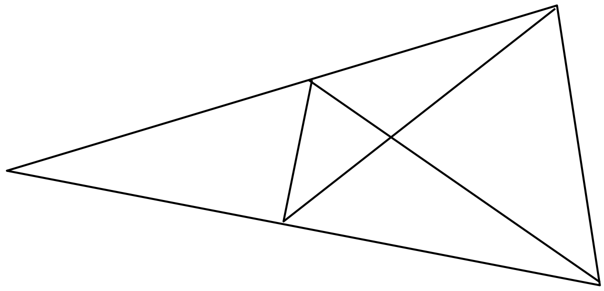
4 Risposte corrette (60 e 23) con spiegazioni chiare e dettagliate

Livello: 3, 4

Origine: 5.I.3. *La scatola di zucchero* rivisitato da GP

2. BEN NASCOSTI (Cat. 3, 4)

Andrea e Daniela osservano questa figura:



Andrea dice: *Io vedo 5 triangoli in questa figura.*
Daniela gli risponde: *Io ne vedo molti di più…*

Quanti triangoli diversi si possono vedere, in tutto, in questa figura?

Indicate chiaramente tutti i triangoli che avete trovato.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

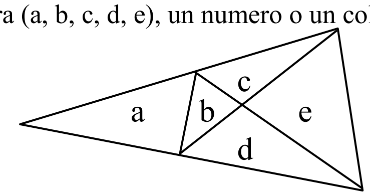
- Geometria: visualizzazione, riconoscimento e conteggio di triangoli in una figura

Analisi del compito

- Dopo aver osservato che la figura si scompone in 5 triangoli distinti (le cinque "piastrelle" o triangoli di base), considerare l'osservazione di Daniela e chiedersi come fa a vederne altri. Osservare allora che è possibile vedere apparire dei triangoli "più grandi", formati da 2, 3... triangoli di base.
- Trovare allora quattro nuovi triangoli formati da due triangoli di base, i due triangoli formati da tre triangoli di base e il triangolo completo (in totale, 12 = 5 + 4 + 2 + 1).

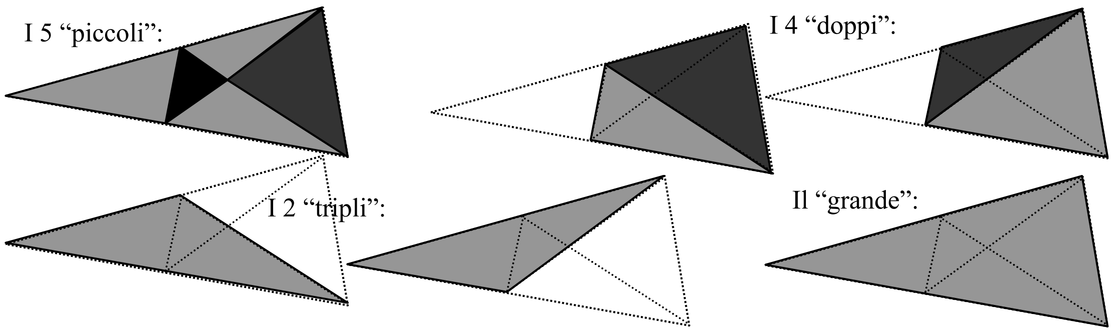
  (Se non si considerano i triangoli di base in quanto "superfici", l'inventario può stabilirsi a partire dai vertici o a partire dai segmenti della figura presi tre a tre).
- Il secondo compito consiste nell'indicare chiaramente (come richiesto nell'enunciato) i 12 triangoli trovati, evitando i doppioni e senza dimenticarne alcuno:

  sia designando i cinque triangoli di base con una lettera (a, b, c, d, e), un numero o un colore:



  poi nominando i 12 triangoli: a, b, c, d, e, bc, bd, ce, de, abc, abd, abcde

  sia con dei disegni colorati, pensando di disegnare più figure affinché l'inventario sia "leggibile" (l'utilizzazione di 12 colori sulla stessa figura rende l'inventario quasi "illeggibile"):



  Sia designando ogni triangolo tramite i suoi tre vertici, o tramite i suoi lati (indicati sulla figura)

  Sia con un inventario che raggruppi tutti i triangoli secondo la loro posizione sulla figura, o a partire dai vertici o dai lati comuni, …

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (12 triangoli) con inventario chiaro e completo (testo o disegni)

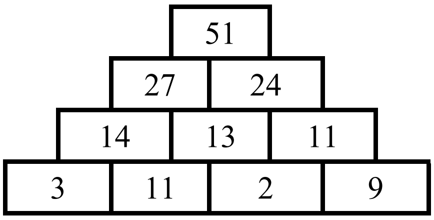
Livello: 3, 4

Origine: Bourg-en-Bresse e problemi del RMT sui triangoli da identificare (7F12, 13.I.5, 16.I.4, 16.I.14, …)

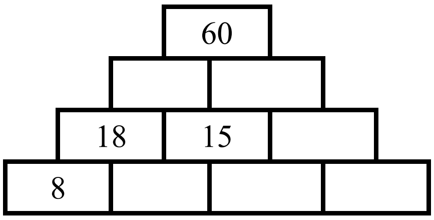
3. PIRAMIDI DI MATTONI (I) (Cat. 3, 4, 5)

In questa piramide si scrive un numero su ogni mattone, secondo la seguente regola:
per ogni mattone che si appoggia su altri due, il numero scritto è la somma dei numeri dei due mattoni sui quali esso è posato.

Per esempio: 14 è il numero del mattone posato sui mattoni 3 e 11 perché 14 = 3 + 11.
51, il numero del mattone che sta in alto, è la somma di 27 e 24.



Scrivete i numeri mancanti per completare la piramide disegnata qui sotto, seguendo la stessa regola.



Scrivete tutti i calcoli che avete fatto per trovare i numeri mancanti.

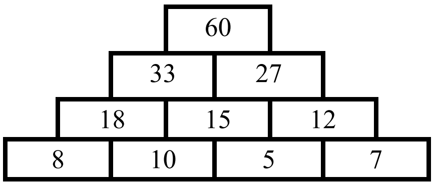
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione e sottrazione con i numeri naturali

Analisi del compito

- Capire il funzionamento della piramide.
- Trovare i due numeri che possono essere completati direttamente utilizzando i numeri presenti nella piramide: per 10 con una sottrazione (18 – 8 = 10) o un'addizione lacunare (8 + ? = 18); per 33 con un'addizione (18 + 15 = 33).
- Continuare nello stesso modo per gli altri quattro mattoni, con una serie di addizioni lacunari o di sottrazioni: per esempio: 27 = 60 – 33; 10 + ? = 15; 15 + ? = 27; 12 – 5 = 7. (Per le prime tappe si ha la scelta tra due mattoni da completare, ma la soluzione è unica)



Attribuzione dei punteggi

4 Soluzione completa (i sei numeri mancanti, 33, 27, 10, 5, 12 e 7) con le sei operazioni scritte correttamente: l'addizione 18 + 15 = 33, poi le sottrazioni 60 – 33 = 27 … o addizioni lacunari completate: 33 + 27 = 60, etc.

Livello: 3, 4, 5
Origine: Rozzano

4. IL SENTIERO NEL PARCO (Cat. 3, 4, 5)

Caterina gioca nel parco spostandosi su un lungo sentiero fatto di lastre sistemate una di seguito all'altra.

Per sapere che spostamento fare, lancia un gettone che ha una faccia verde e una faccia rossa.

Se si vede la faccia verde dopo che il gettone è caduto, Caterina avanza di 4 lastre.

Se si vede la faccia rossa, torna indietro di 2 lastre.

All'inizio del gioco, Caterina era sulla tredicesima lastra. Alla fine del gioco si ritrova sulla ventunesima.

Caterina ha visto apparire la faccia verde cinque volte.

Quante volte è apparsa la faccia rossa?

Spiegate come avete fatto a trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: le quattro operazioni

Analisi del compito

- Capire che gli spostamenti si decidono a «testa o croce», corrispondenti ciascuno a uno dei due spostamenti possibili sulla fila di lastre; che Caterina si è spostata in tutto dalla 13ª alla 21ª lastra in diverse volte di cui cinque da 4 lastre in avanti. Capire ancora che l'ordine degli spostamenti in avanti o all'indietro non è specificato e che è dato dalla faccia del gettone.
- Trovare eventualmente dei modelli per appropriarsi della situazione; per esempio, che il sentiero di lastre corrisponde ad un «nastro» o a una «pista» di numeri, che gli spostamenti corrispondono a delle addizioni di 4 o a delle sottrazioni di 2.

Ci sono diverse procedure (o strategie) per affrontare il compito dei calcoli:

- per tentativi partendo da 13 e avanzando di 4 e tornando indietro di 2 fino ad ottenere 21 o con una serie di operazioni, per esempio: 13 + 4 – 2 – 2 – 2 + 4 + 4 + 4 – 2 … = 21. Nel corso di questi tentativi, gli alunni possono vedere che l'ordine degli spostamenti non ha importanza sul risultato finale e che ci si può trovare in certi momenti prima del 13 o oltre il 21;
- prendendo in considerazione globalmente gli spostamenti, calcolare che le 5 facce verdi corrispondono ad avanzare di 20 lastre (per addizione di 5 termini "4" o per moltiplicazione 5 x 4) e che Caterina è andata avanti di 8 lastre (dalla 13 alla 21) cioè 12 lastre di meno dei suoi 5 spostamenti. (Oppure se queste cinque facce verdi fossero corrisposte ai primi cinque spostamenti, Caterina sarebbe arrivata sulla 33ª lastra. Siccome si trova alla fine sulla 21ª, è tornata indietro di 12 lastre (33 - 21). O ancora se queste cinque facce verdi fossero corrisposte agli ultimi cinque spostamenti, Caterina sarebbe partita dalla lastra 1 (21 – 20) per finire sulla lastra 21 e sarebbe dunque tornata indietro di 12 lastre (13 – 1) durante i primi spostamenti):

  siccome ogni faccia «rossa» corrisponde a tornare indietro di due lastre, dedurne che le facce «rosse» sono apparse 6 volte nell'indietreggiamento globale di 12 lastre (12 : 2).

  (Queste operazioni possono essere illustrate con degli spostamenti su una linea dei numeri).

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (6 volte "faccia rossa") con spiegazione o calcoli o rappresentazione grafica chiari e completi del procedimento seguito

Livello: 3, 4, 5

Origine: Genova, rivisitazione de "Il naso di Pinocchio" 7.II.4

5. VACANZE INVERNALI (Cat. 3, 4, 5)

Per le sue vacanze sulla neve, Michele vuole acquistare un completo composto da una giacca a vento, un paio di pantaloni e un berretto.
I pantaloni, la giacca e il berretto sono disponibili ognuno in 3 colori: rosso, giallo e blu.
Michele non vuole dei pantaloni rossi. Vuole anche che il colore dei pantaloni sia diverso da quello della giacca a vento e da quello del berretto.

Quanti diversi completi può formare Michele?

Indicate i colori della giacca a vento, dei pantaloni e del berretto di ogni completo che avete trovato.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Combinatoria (struttura moltiplicativa)

Analisi del compito

- Comprendere le informazioni sulla tipologia degli indumenti e sui vincoli riguardanti i loro colori e dedurne che i pantaloni possono essere gialli o blu e utilizzare il fatto che la giacca a vento e il berretto hanno un colore diverso da quello dei pantaloni.
- Interpretare correttamente il secondo vincolo e ammettere che la giacca a vento e il berretto possono avere o no lo stesso colore.
- Organizzare le soluzioni possibili partendo dall'ipotesi sul colore dei pantaloni, o su quello della giacca o ancora quello del berretto e aiutarsi eventualmente con un diagramma ad albero, una tabella o una lista ordinata. (Si tratta qui di una struttura legata alla moltiplicazione 2 × 2 × 2, che permette di ottenere gli 8 completi "differenti" dal punto di vista dei colori)

Pantaloni B	Berretto R	Giacca R	Pantaloni G	Berretto R	Giacca R
"	"	Giacca G	"	"	Giacca B
"	Berretto G	Giacca R	"	Berretto B	Giacca R
"	"	Giacca G	"		Giacca B

Oppure: formare dei completi con i tre elementi (pantaloni, giacca, berretto) in modo non organizzato (ricorrendo ad es. al disegno e/o al ritaglio) ed eliminare quelli che non rispettano i vincoli (con rischio di dimenticanze o di soluzioni non conformi).

Oppure scrivere l'insieme delle terne «pantaloni, giacca, berretto di tre colori» (27 = 3 × 3 × 3) ed eliminare quelle che non corrispondono alle soluzioni (con rischio di soluzioni non conformi).

Attribuzione dei punteggi

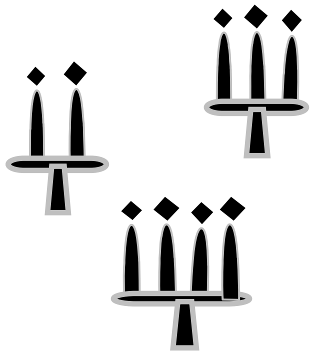
4 Risposta corretta (le 8 possibilità) con spiegazione chiara e/o tabelle, schemi, disegni esaustivi di tutte le possibilità

Livello: 3, 4, 5

Origine: Siena

6. CENA A LUME DI CANDELA (I) (Cat. 4, 5, 6,)

Laura ha organizzato una cena nel suo giardino. Per creare una bella atmosfera illumina la tavola con dei candelabri a due, a tre o a quattro bracci. Laura sceglie almeno un candelabro di ogni tipo e su ciascuno di essi mette una candela per braccio.
Laura si accorge di aver messo 20 candele in tutto sui candelabri che ha usato.



Come ha sistemato Laura le 20 candele?

Scrivete tutte le possibilità.

Indicate per ognuna di esse il numero di ogni tipo di candelabro e spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: scomposizione di un numero in somme e prodotti

Analisi del compito

- Capire che le condizioni del contesto corrispondono, nel quadro numerico, alla ricerca delle scomposizioni di 20 in una somma di termini 2, 3 e 4 (20 = 2 + 2 + … + 3 + 3 + … + 4 + 4 …) o in somme di multipli di 2, di 3 o di 4 con almeno un termine di ogni tipo.
- Si può fare la ricerca delle soluzioni per tentativi successivi, a caso, ma questa procedura non permette di garantire l'esaustività.
- Una ricerca più sistematica può essere organizzata per tipi di candelabri, fissando per esempio il numero di candelabri da 4 candele (o i multipli di 4):

  Ci sono al massimo 3 candelabri da 4 candele (5 o 4 non permetterebbero d'avere due altri candelabri da 2 e da 3 bracci)

  $20 = 3 \times \mathbf{4} + 8 = 3 \times \mathbf{4} + 2 \times \mathbf{3} + 1 \times \mathbf{2}$ **6 candelabri: 3** da quattro bracci, **2** da tre e **1** da due

  $20 = 2 \times \mathbf{4} + 12 = 2 \times \mathbf{4} + 2 \times \mathbf{3} + 3 \times \mathbf{2}$ **7 candelabri: 2** da quattro bracci, **2** da tre e **3** da due

  $20 = 1 \times \mathbf{4} + 16 \nearrow 1 \times \mathbf{4} + 4 \times \mathbf{3} + 2 \times \mathbf{2}$ **7 candelabri: 1** da quattro bracci, **4** da tre e **2** da due

  $20 = 1 \times \mathbf{4} + 16 \searrow 1 \times \mathbf{4} + 2 \times \mathbf{3} + 5 \times \mathbf{2}$ **8 candelabri: 1** da quattro bracci, **2** da tre e **5** da due

Oppure: osservare che, per utilizzare un candelabro di ogni tipo, Laura ha già bisogno di 9 (2+ 3 + 4) candele; che ne restano 11 da distribuire; poi che si dovrà utilizzare almeno un altro candelabro a 3 bracci per ottenere un numero pari. Sono state così già utilizzate 12 (2+ 3 + 3 + 4) candele e ne restano soltanto 8 da sistemare, secondo una delle quattro ripartizioni: 3 + 3 + 2 = 4 + 4 = 4 + 2 + 2 = 2 + 2 + 2 + 2.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta completa e corretta (le quattro ripartizioni qui sopra descritte), con le spiegazioni che mostrano che tutte le soluzioni sono state trovate

Livello: 4, 5, 6

Origine: Siena

7. PARTITE A BIGLIE (Cat. 5, 6)

Gerardo, domenica, ha ricevuto un bel sacchetto di biglie e decide di portarle tutte a scuola, il giorno dopo, per giocare con i suoi compagni.
Lunedì vince 12 biglie ed è molto contento.
Martedì gioca nuovamente, ma perde 15 biglie e non è contento.
Mercoledì perde ancora 8 biglie. Gerardo è molto triste. Al ritorno a casa, conta le sue biglie e si accorge che ha perso la metà delle biglie che aveva domenica, quando ha ricevuto il suo sacchetto.
Giovedì non gioca poiché ha paura di perdere ancora di più.
Il venerdì esita, ma gioca lo stesso e vince 7 biglie.

Quante biglie ha nel sacchetto il venerdì sera?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni e sottrazioni di numeri interi inferiori a 40, la metà e il doppio

Analisi del compito

- Leggere il problema e rendersi conto che si tratta di effettuare una serie di addizioni e sottrazioni di cui non si conosce lo stato iniziale (domenica).
- Constatare che da lunedì a mercoledì, le variazioni sono costituite da una vincita di 12, e due perdite di 15 e 8, ciò che conduce globalmente a una perdita di 11 (15 + 8 – 12).

  Tenere conto allora che questa perdita di 11 è la metà delle biglie di domenica e che il sacchetto conteneva dunque quel giorno 22 biglie. Capire allora che anche quello che resta il mercoledì è 11 e che il venerdì, dopo una vincita di 7, avrà 18 biglie. Si può anche ripartire dalle 22 biglie della domenica per arrivare a 18 il venerdì (22 + 12 – 15 – 8 + 7 = 18)

Oppure: a partire da domenica, procedere per tentativi, inizialmente casuali e poi organizzati. Per esempio: domenica 30, lunedì 42, martedì 27, mercoledì 19, che non è la metà di 30 e che richiede un secondo tentativo… fino a trovare 22 la domenica, 11 il mercoledì e 18 il venerdì.

Oppure procedere per tentativi a partire da mercoledì e tornare indietro nel tempo.

Tutti i passaggi possono essere eventualmente visualizzati su una striscia o sulla retta dei numeri oppure con disegni che mostrino di volta in volta la situazione delle biglie.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta 18 biglie il venerdì con spiegazioni chiare (dettagli delle successioni giorno per giorno e organizzazione dei tentativi)

Livello: 5, 6

Origine: fj

8. COMPLEANNO (Cat. 5, 6, 7)

È il compleanno di Anita.

Il suo amico Bruno le porta una torta al cioccolato. Su questa torta ci sono 7 candeline che indicano l'età di Anita: candeline rosse e candeline verdi. Ogni candelina rossa vale dieci anni e ogni candelina verde vale un anno.

Il suo amico Carlo le porta una torta alle fragole sulla quale ha sistemato 8 candeline che indicano anch'esse l'età di Anita. Alcune sono blu e altre verdi: ogni candelina blu vale dodici anni ed ogni candelina verde vale un anno.

Quanti anni ha Anita?

Spiegate come avete trovato la sua età.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale:

- Aritmetica: numerazione, addizione, moltiplicazione

Analisi del compito

- Dopo la lettura dell'enunciato, rendersi conto che l'età di Anita può essere rappresentata sia dalle 7 candeline del primo dolce sia dalle 8 candeline del secondo. Bisogna quindi sormontare questo primo ostacolo, prendendo in considerazione il cambio di valore delle candeline: blu che rappresentano 12 anni o rosse che valgono 10 anni, mentre le verdi mantengono sempre lo stesso valore, uno.
- Rendersi conto che, per la torta al cioccolato, le 7 candeline possono rappresentare età differenti, secondo la loro ripartizione (verde; rosso), poi passare ai numeri possibili, stabilendo il raffronto con il nostro sistema di numerazione decimale: rosse sono decine e verdi sono unità. 7 candeline rosse rappresentano 70, 6 rosse e 1 verde rappresentano 61 e così di seguito: 52; 43; 34; 25, 16; 7 (7 e 70 possono essere eliminati poiché, secondo l'enunciato ci sono candeline di due colori e, stante ai plurali, verosimilmente più di una di ogni colore, ciò che permetterebbe quasi di eliminare anche 61 e 16). Anita potrebbe quindi avere: 61, 52, 43, 34, 25 o 16 anni.
- Con l'arrivo del secondo dolce e delle sue 8 candeline, occorre sostituire decine (candeline rosse) con dozzine (candeline blu) e disporre l'inventario delle età possibili: 7 dozzine e 1 unità fanno 85, 6 dozzine e 2 unità fanno 74, poi 63, 52, 41, 30 e infine 19 con una dozzina e 7 unità. Anita potrà dunque avere: 85, 74, 63, 52, 41, 30 o 19 anni.
- Confrontare le due liste, constatare che il numero 52 è il solo a figurare in entrambe e concludere che Anita ha 52 anni.

Oppure, trovare la soluzione per tentativi, ma senza poter essere sicuri dell'unicità della soluzione stessa.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (Anita ha 52 anni) con procedimento spiegato chiaramente (inventario delle possibilità per ogni dolce e confronto)

Livello: 5, 6, 7

Origine: fj

9. UNA GITA AL MARE (Cat. 5, 6, 7)

Andrea decide di fare una gita al mare, su una spiaggia che dista 120 km da casa sua.
Lungo il percorso si ferma a prendere i suoi amici Bruno e Carlo che l'accompagneranno nel viaggio: dapprima si ferma a prendere Bruno, poi percorre ancora 10 km e si ferma da Carlo.
A questo punto il percorso che deve ancora fare per arrivare al mare supera di 2 km il triplo della distanza già percorsa.

Qual è la distanza che separa la casa di Bruno dal bordo del mare?

Spiegate la vostra risposta.

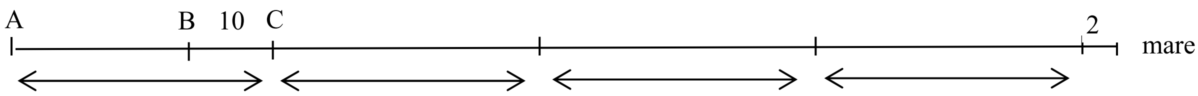
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: le quattro operazioni
- Algebra: avvio alla scrittura letterale

Analisi del compito

- Comprendere, eventualmente aiutandosi con una rappresentazione grafica, che la distanza della casa di Andrea dal mare (120 km) equivale alla distanza tra casa di Andrea e casa di Carlo più il triplo di tale distanza e ancora 2 km.



- Rendersi conto che (in km) 118 (120 – 2) è quattro volte la distanza tra la casa di Andrea e la casa di Carlo e che questa è dunque di 118 : 4 = 29,5 (in km).

  Si può trovare allora la distanza tra la casa di Andrea e quella di Bruno, con la sottrazione dei 10 km : 29,5 – 10 = 19,5 (in km). Dedurre quindi che per complemento a 120 la distanza cercata tra la casa di Bruno e il mare è 120 – 19,5 = 100,5 (in Km).

Oppure: moltiplicare per 3 la distanza tra le case di Andrea e Carlo e aggiungere 10 e 2 (29,5 × 3 + 10 + 2 = 100,5 Km)

Ci sono altri modi per trovare la soluzione ad esempio: moltiplicare per 3 la distanza tra la casa di Andrea e quella di Bruno, moltiplicare per 4 la distanza tra la casa di Bruno e quella di Carlo, fare la somma senza dimenticare gl ultimi 2 chilometri (19,5 × 3 + 10 × 4 + 2 = 100,5 Km)

Oppure, per quelli che sono già capaci di utilizzare una strategia di tipo algebrico, indicando con x la distanza tra la casa di Andrea e la casa di Bruno, con x+10 quella tra la casa di Andrea e la casa di Carlo per ottenere così l'equazione 120 = 4 (x + 10) + 2, la cui soluzione è 19,5, che sarà sufficiente togliere da 120.

Attribuzione dei punteggi

4 Soluzione corretta (100,5 Km) con spiegazione chiara del procedimento seguito (aritmetico o algebrico)

Livello: 5, 6, 7

Origine: Udine

10. BIGNÉ AL CIOCCOLATO (Cat. 6, 7, 8)

Al bar del club di vacanze Archimede, ci sono sempre ottimi bigné al cioccolato.
Ogni giorno, dal lunedì al venerdì, il bar si fa consegnare lo stesso numero di bigné, mentre il sabato e la domenica ne ordina 20 in più rispetto agli altri giorni, perché c'è maggiore richiesta.
Ogni giorno della scorsa settimana (dal lunedì alla domenica) sono stati venduti tutti i bigné. Il sabato e la domenica, complessivamente, ne sono stati venduti 4 in più di quelli che sono stati venduti durante tutto il resto della settimana.

Quanti bigné al cioccolato arrivano al bar ogni giorno della settimana?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

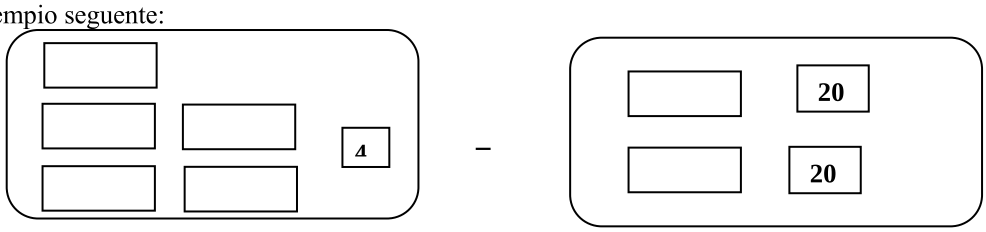
Ambito concettuale

- Aritmetica: le quattro operazioni, equivalenze
- Algebra: equazioni di primo grado

Analisi del compito

- Rappresentarsi la situazione per i diversi giorni della settimana con una "quantità" quotidiana, i due "supplementi" di 20 bigné del sabato e della domenica, i "4 in più" e la relazione di uguaglianza.

  Si può pensare a dei "pacchetti" per la quantità quotidiana, o utilizzare una rappresentazione grafica della situazione che evochi i piatti di una bilancia facendo attenzione a sistemare il « 4 » sul piatto opportuno, come mostrato nell'esempio seguente:



Da lunedì a venerdì sabato e domenica

  Questa rappresentazione mentale o grafica suggerisce una semplificazione della relazione se si "tolgono" 2 "quantità" quotidiane e 4 bigné da ciascun membro dell'uguaglianza per arrivare all'equivalenza di 3 "quantità" quotidiane e di 36.

- Dedurre che, da lunedì a venerdì, arrivano al bar 12 (36:3) bigné, il sabato e la domenica 32 (12+20) bigné.

Oppure: procedere per tentativi organizzati ipotizzando un certo numero di bigné che arrivano nei giorni diversi dal sabato e dalla domenica, verificare se tutte le condizioni sono soddisfatte e altrimenti procedere aggiustando progressivamente i valori.

Per esempio, con 10 si ottiene 50 e 60, con 20: 100 e 80, con 15: 75 e 70, ci si avvicina e infine con 12 si ottiene 60 e 64, che corrisponde ai "4 di più" per il weekend.

Oppure: per via algebrica, designando con x il numero di bigné consegnati dal lunedì al venerdì e con $x + 20$ quelli consegnati nel weekend

si perviene all'equazione $5x + 4 = 2(x + 20)$ o $5x = 2(x + 20) - 4$ la cui soluzione è 12 (numero di bigné consegnati dal lunedì al venerdì) e calcolare il numero di bigné consegnati in un giorno del weekend 32 = 12 + 20.

Attribuzione dei punteggi

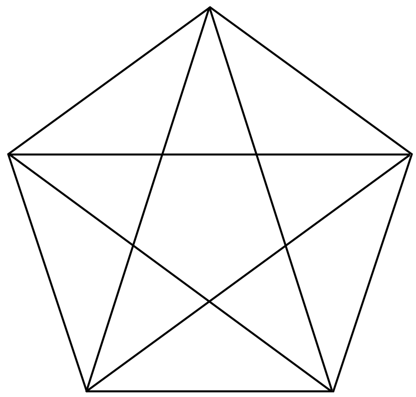
4 Risposte corrette (32 bigné il sabato e la domenica, 12 bigné gli altri giorni) con spiegazioni chiare (per esempio dettaglio dei calcoli)

Livello: 6, 7, 8

Origine: Siena

11. TRIANGOLI SÌ, MA QUANTI? (Cat. 6, 7, 8)

Ecco un pentagono regolare con tutte le diagonali:



Alice dice: *In questo pentagono vedo 10 triangoli.*
Bianca le risponde: *Io, ne vedo molti di più!*

Quanti triangoli si possono vedere in tutto in questa figura?
Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: visualizzazione di triangoli e loro conteggio
- Combinatoria

Analisi del compito

- Saper riconoscere dei triangoli nella figura tenendo conto del carattere regolare della figura stessa per identificare i triangoli congruenti.
- Organizzare la ricerca per non dimenticare dei triangoli e per non contare due volte lo stesso. Per esempio:
  i 10 triangoli intorno al pentagono centrale (chiamato *p* in seguito); si può eventualmente constatare che 5 sono acutangoli, (chiamati *a* in seguito) e che gli altri 5 sono ottusangoli (chiamati *o* in seguito).
  i 10 triangoli composti da un triangolo acutangolo e da un triangolo ottusangolo (*a, o*)
  i 5 triangoli composti da due triangoli ottusangoli e da un triangolo acutangolo (*o, a, o)*, uno per lato del pentagono,
  i 5 triangoli (con una diagonale come base), composti dal pentagono centrale e da due triangoli acutangoli (*a, p, a)*,
  i 5 triangoli (con un lato come base), composti dal pentagono centrale, da un triangolo ottusangolo e tre triangoli acutangoli (*o, a, a, p, a)*,
  Sono cinque tipi di triangoli che fanno in totale 10 + 10 + 5 + 5 + 5 = 35 triangoli.

Ci sono evidentemente numerosi altri modi per organizzare l'inventario con molti rischi di confusione o di dimenticanze:

- nominare tutti i "vertici" della figura (o i segmenti) e individuare i triangoli con questi vertici (o segmenti), ciò porta ad una notazione pesante e lunga, difficile da controllare,
- utilizzare dei colori che non permettono più di distinguere le linee,
- nominare le 11 "figure di base" e designare i triangoli con la composizione di queste "figure",
- lavorare per tipi di triangoli in modo diverso da quello descritto sopra tenendo conto per esempio delle simmetrie del pentagono regolare ...

Il compito principale è proprio quello di scegliere la rappresentazione più efficace per il controllo e l'eliminazione dei doppioni.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (35) con spiegazioni chiare e complete (testo, liste o disegno)

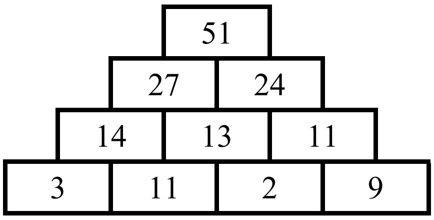
Livello: 6, 7, 8
Origine: 7RMTF.1 adattato da Bourg-en-Bresse

12. PIRAMIDE DI MATTONI (II) (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

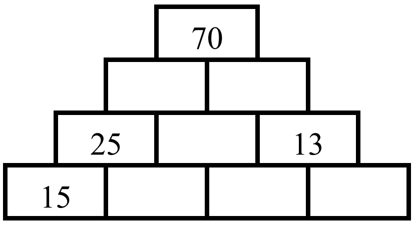
Matteo e Diego trovano questo problema su una rivista:

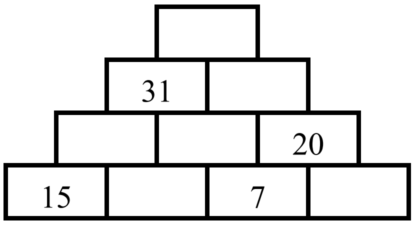
In queste piramidi di mattoni, su ogni mattone si deve scrivere un numero secondo la seguente regola: su ogni mattone che si appoggia su due altri mattoni, il numero scritto è la somma dei numeri scritti sui due mattoni sui quali si appoggia.

Esempio:



Completare le due piramidi seguenti:





Matteo e Diego cominciano allora a completare le due piramidi proposte.

Quando confrontato i loro risultati osservano che hanno la stessa soluzione per la piramide di sinistra.

Matteo dice che non è possibile completare la piramide di destra. Invece Diego, molto soddisfatto di sé, afferma che ha trovato i numeri che gli permettono di completarla secondo la regola data.

Completate anche voi le due piramidi.

Spiegate il ragionamento che avete fatto per trovare i numeri mancanti.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione e sottrazione con i numeri naturali e decimali
- Algebra

Analisi del compito

- Verificare l'esempio per capire il funzionamento della piramide e constatare che due mattoni possono essere completati immediatamente: 10 (25 – 15) alla base della prima piramide e 13 (20 – 7) della seconda.
- Constatare che gli altri numeri non si ottengono direttamente, che bisognerà fare delle prove e cercare le "piste" più convenienti. Ci sono per esempio numerose scomposizioni di 70 (vertice della prima piramide) o 13 (seconda riga a destra) in somma di due termini (anche se si pensa solo ai numeri interi positivi), che esigerebbero numerosi tentativi per completare la piramide intera.
- Osservare allora che la "chiave" della prima piramide è il numero della seconda riga, situato tra 25 e 13. Il "triangolo" con 25 e 13 alla base e 70 al vertice (vedi *figura 1*) si completa…

  … sia tramite tentativi successivi sul numero-chiave (11 è troppo piccolo, 20 è troppo grande, …) per arrivare a 16;

  … sia con un ragionamento deduttivo (o pre-algebrico) del genere: il "numero tra 25 e 13" sarà addizionato a 25 nel mattone di sinistra della riga superiore e a 13 nel mattone di destra, e che alla fine, 70 sarà ottenuto con 25 + 13 + 2 per "il numero tra 25 e 13"; quindi questo numero sarà dato dalla metà di 70 – (25 + 13), cioè 16.

  … sia con una procedura algebrica che riassume la precedente e porta all'equazione : $(25 + x) + (13 + x) = 70$
- Lo stesso ragionamento si può fare per la seconda piramide, nel "triangolo" con 15 e 7 alla base e 31 al vertice, ma con un ostacolo supplementare, che fa dire a Matteo *che non si può completarla* (vedi *figura 2*).

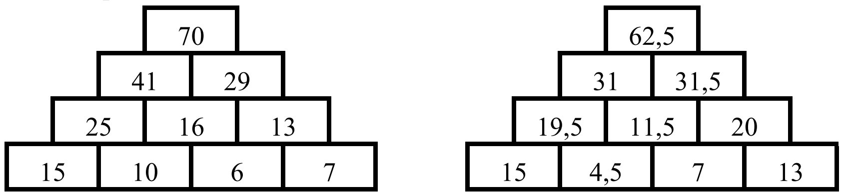
  Per tentativi, si troverà che il numero è più grande di 4 e più piccolo di 5, con un ragionamento pre-algebrico si troverà che questo numero è la metà di 9: sapendo che per trovare 31 si ha già la somma di 15 e 7, cioè 22, per arrivare a 31 manca 9. Quindi, il numero alla base che manca e che deve essere addizionato sia a 15 che a 7, deve essere la metà di 9.

tramite l'algebra, il numero è la soluzione di $(15 + x) + (7 + x) = 31$, cioè 4,5.

- Capire allora che Diego ha visto che il "numero tra 15 e 7" non è intero come tutti gli altri numeri presenti nella piramide incompleta, ma che l'enunciato non proibisce di utilizzare dei numeri non interi per completare la piramide.
- Basta allora completare gli altri mattoni con addizioni e sottrazioni.

Figura 1 I due "triangoli-chiave" delle due piramidi

Figura 2 Le due piramidi completate



Ci sono ancora, evidentemente, numerosi altri modi di organizzare i tentativi, ma tutto deve passare per i numeri-chiave 16 e 4,5.

Attribuzione dei punteggi

4 Soluzione corretta: le due piramidi completate, con una spiegazione del ragionamento (almeno una descrizione della procedura per trovare i numeri-chiave)

Livello: 6, 7, 8, 9, 10

Origine: Rozzano

13. L'AIUOLA DI TULIPANI (Cat. 7, 8, 9, 10)

La Signora Frazionetti decide di piantare tulipani di diversi colori in una grande aiuola del suo giardino.
Ha a disposizione tulipani di otto colori diversi: rosso, giallo, arancione, bianco, lilla, viola, rosa, salmone.
Con i tulipani rossi può "riempire" $\frac{1}{2}$ dell'aiuola, con i gialli $\frac{1}{3}$ dell'aiuola, con gli arancioni $\frac{1}{4}$, con i bianchi $\frac{1}{5}$, con i lilla $\frac{1}{6}$, con i viola $\frac{1}{8}$, con i rosa $\frac{1}{9}$, con i salmone $\frac{1}{12}$.
La signora Frazionetti vuole "riempire interamente" la sua aiuola e, per ogni colore scelto, vuole utilizzare tutti i tulipani a disposizione ma, per far questo, deve scegliere i colori in modo opportuno.
Si rende conto di poter scegliere tulipani di tre colori ma, per esempio, di non poter utilizzare contemporaneamente tulipani rossi, gialli e arancioni.

Quali sono i tre colori di tulipani con cui la signora Frazionetti può "riempire" interamente la sua aiuola?

E con quattro colori è possibile riempire l'aiuola? Quali?

Spiegate le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: frazioni unitarie, somma e differenza di frazioni

Analisi del compito

- Comprendere bene i criteri che la signora Frazionetti intende seguire per piantare i tulipani: ricoprire esattamente l'aiuola utilizzando tutti i bulbi dei colori scelti.
- Osservare che la parte di aiuola che può essere ricoperta con una certa varietà di tulipani è espressa da una frazione unitaria e che l'intero corrisponde all'aiuola.
- Rendersi conto che si tratta quindi di individuare tre o quattro frazioni, tra quelle a disposizione, che diano per somma 1.

Verificare che scegliendo tulipani rossi, gialli e arancioni si otterrebbe $1/2 + 1/3 + 1/4 = 13/12 > 1$, cioè troppi.

- Procedere per tentativi e trovare che solo utilizzando tulipani rossi, gialli e lilla è possibile ricoprire esattamente l'aiuola: $1/2 + 1/3 + 1/6 = 1$.
- Analogamente trovare che con i tulipani rossi, arancioni, lilla e salmone è possibile ricoprire esattamente tutta l'aiuola: $1/2 + 1/4 + 1/6+ 1/12 = 1$.
- Oppure: ridurre le otto frazioni allo stesso denominatore (il più piccolo è 360) e cercare tre (o quattro) numeratori la cui somma sia 360.

Attribuzione dei punteggi

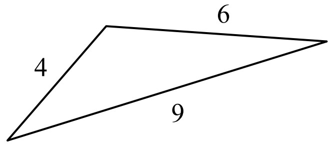
4 Risposta corretta ad entrambe le domande (Rossi-Gialli-Lilla; Rossi-Arancioni-Lilla-Salmone) con spiegazione chiara

Livello: 7, 8, 9, 10

Origine: Lodi

14. BASTONCINI E TRIANGOLI (Cat. 7, 8, 9, 10)

Giorgio ha trovato in una scatola sei bastoncini di lunghezze rispettive 4 cm, 5 cm, 6 cm, 9 cm, 10 cm e 11 cm.
Ne sceglie tre per formare un triangolo.
Ecco per esempio il triangolo costruito con i bastoncini di 4 cm, 6 cm e 9 cm di lunghezza:



Dopo aver costruito un triangolo, Giorgio rimette i tre bastoncini nella scatola e ricomincia.

Quanti triangoli differenti potrà costruire Giorgio con i suoi sei bastoncini?

Spiegate come avete trovato le vostre soluzioni e descrivetele.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Combinatoria
- Geometria: triangoli, costruzione di triangoli, disuguaglianza triangolare, triangoli isometrici

Analisi del compito

- Comprendere che tre bastoncini permettono di costruire un solo triangolo
- Capire che solo le terne che verificano la disuguaglianza triangolare permettono di costruire un triangolo. Ad esempio la terna 4, 5, 10 o la terna 4, 5, 9 non lo permettono. Un ostacolo ben noto è il ricorso al solo disegno per stabilire se sia possibile o no costruire un triangolo: infatti anche con un disegno molto preciso nel caso di certe misure un triangolo "impossibile" sembra poter esistere (come 4-5-9 oppure 4-6-10 oppure 5-6-11).
- Procedere a stilare l'elenco delle 14 terne diverse (senza tenere conto dell'ordine per evitare i triangoli congruenti) che si possono formare con i 6 numeri: 4, 5, 6, 9, 10, 11, eliminando quelle che non rispettano la disuguaglianza triangolare (uno dei tre numeri è maggiore o uguale alla somma degli altri due). Trovare le 14 terne soluzioni:
  4-5-6; 4-6-9; 4-9-10; 4-9-11; 4-10-11; 5-6-9; 5-6-10; 5-9-10; 5-10-11; 5-9-11; 6-9-10;
  6-9-11; 6-10-11; 9-10-11

Oppure: disegnare i triangoli uno a uno.

- Concludere che ci sono 14 possibili triangoli (compreso quello già indicato nel testo).

Oppure ritagliare le 6 strisce e provare a combinarle; quando si trova un triangolo si può disegnarlo.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta e completa (14 triangoli con lati: 4-5-6; 4-6-9; 4-9-10; 4-9-11; 4-10-11; 5-6-9; 5-6-10; 5-9-10; 5-10-11; 5-9-11; 6-9-10; 6-9-11; 6-10-11; 9-10-11 oppure con i disegni) con spiegazioni chiare (disuguaglianza triangolare menzionata)

Livello: 7, 8, 9, 10

Origine: Puglia e RMT (7.II.9)

15. LA DATA DI NASCITA (Cat. 8, 9, 10)

Michela dice al suo nuovo amico di essere in grado di scoprire la sua data di nascita se egli esegue le seguenti istruzioni:

Moltiplica per 13 il numero del tuo giorno di nascita, moltiplica per 14 il numero del tuo mese di nascita, addiziona i due prodotti e dimmi il risultato finale dei tuoi calcoli.

Il suo amico le risponde: *Il risultato finale dei miei calcoli è 479.*

Quali sono il giorno e il mese di nascita dell'amico di Michela?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: moltiplicazione e divisione euclidea
- Algebra

Analisi del compito

- Il primo compito consiste nel capire che il risultato richiesto è la somma di un multiplo di 13 (dal primo multiplo fino al trentunesimo) e di un multiplo di 14 (dal primo al dodicesimo).

  Per capire bene la corrispondenza fra le date e le somme (ed eventualmente assicurarsi che due date di nascita differenti portano a due risultati differenti e reciprocamente) si può pensare al calcolo con alcune date, per esempio quelle dei primi giorni dell'anno: 1 gennaio: 13+14 = 27; 2 gennaio: 2 × 13 + 14 = 40; 1 febbraio: 13+2×14 = 41 …

  Se si osservano questi tentativi sistemati in una tabella, si possono scoprire delle regolarità: per esempio, in gennaio: si ottengono risultati che valgono 1 di più di un multiplo di 13, delle successioni di numeri interi consecutivi spostandosi "in diagonale" verso il basso e verso sinistra, …

giorni	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…	20	…	30	31
gennaio (1)	27	40	53	66	79	92	105	118	131	144	…	274		404	417
febbraio (2)	41	54	67	80	93	106	119	132	145	158	…	288			
marzo (3)	55	68	81	94	107	120	.133	146	158	172	…	302		432	445

  Questa tabella permette già di constatare che 479 va oltre il mese di maggio in quanto il 31 maggio dà 445 + 2 × 14 = 473 (si potrebbe anche constatare che 479 è a 6 passi da 473: 6 righe verso il basso e 6 colonne verso sinistra, il 25 novembre).

Oppure: sottrarre alcuni multipli (da 1 fino a 12 per i mesi) di 14 da 479 e dividere il risultato per 13 fino a che si ottenga un numero intero compreso tra 1 e 31.

$$(479 - 1 \times 14) : 13 = 35{,}77$$
$$\dots$$
$$(479 - 10 \times 14) : 13 = 26{,}08$$
$$\mathbf{(479 - 11 \times 14) : 13 = 25}$$
$$(479 - 12 \times 14) : 13 = 23{,}92$$

Dunque la data di nascita dell'amico di Michela è il 25 novembre.

Oppure: con un metodo più generale, comprendere che il risultato finale è un'equazione del tipo

$479 = 13g + 14m$ (g= giorno di nascita; m = mese di nascita)

- Dedurne la fattorizzazione seguente: $479 = 13j + 13m + m = 13(j + m) + m$
- Trovare che il mese di nascita (m) è il resto della divisione euclidea di 479 per 13,

  $479 = 36 \times 13 + 11$ dunque il mese di nascita è 11
- dedurne il giorno di nascita risolvendo l'equazione seguente: $479 = g \times 13 + 11 \times 14$ da cui $g = 25$ (o per sottrazione e divisione per 13 come nella prima delle precedenti procedure)

Attribuzione dei punteggi

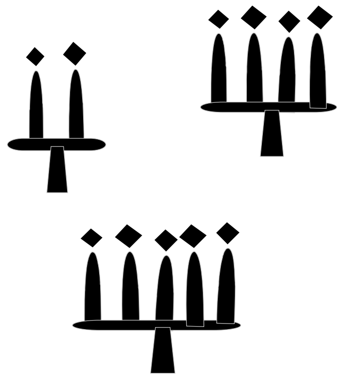
4 Risposta corretta (25 novembre) con spiegazioni chiare e dettagliate

Livello: 8, 9, 10

Origine: Luxembourg

16. CENA A LUME DI CANDELA (II) (Cat. 8, 9, 10)

Laura organizza una cena nel suo giardino. Per creare una bella atmosfera, illumina il tavolo con delle candele. Utilizza quattro candelabri con 2 candele, altri con 4 candele e altri con 5 candele e così dispone in totale 100 candele in 25 candelabri, mettendo su ciascuno il massimo numero possibile di candele.



Quanti candelabri a 4 candele ha utilizzato Laura?

E quanti a 5 candele?

Spiegate le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

Aritmetica: scomposizione di un numero in somme di prodotti; numeri pari e dispari

Algebra: sistemi di equazioni lineari

Analisi del compito

- Evidenziare i dati numerici dell'enunciato: 100 candele suddivise tra 25 candelabri a 2, a 4 o a 5 candele ciascuno, fra i quali 4 candelabri a 2 candele.
. Semplificare la situazione senza i 4 candelabri a 2 candele per arrivare a: 92 candele suddivise tra 21 candelabri a 4 o a 5 candele.
- Rappresentare i dati precedenti con uguaglianze del tipo:

  un'addizione dei 21 termini « 4 » e « 5 »: 92 = 4 + 4 + … + 5 + 5 + 5 + …

  oppure con un'addizione di 21 multipli di 4 e 5 ancora "incogniti" 92 = (? × 4) + (? × 5)

  oppure, algebricamente, con un sistema di due equazioni: $92 = 4x + 5y$ e $x + y = 21$

Ci sono diversi modi di trovare la soluzione per via aritmetica:

- per tentativi successivi che vanno organizzati in maniera via via più efficace nel procedere della ricerca (per esempio, il numero di candelabri a 5 candele è minore di 18, è un numero pari, …
- con liste dove i due numeri di candelabri variano simultaneamente, del tipo:

  (10 × 4) + (11 × 5) = 40 + 77 = 95

  (11 × 4)+ (10 × 5) = 44+ 50 =94

  (12 × 4) + (9 × 5) = 48+ 45 = 93

  (13 × 4) + (88 × 5) = 52+ 40 = 92

Per via algebrica, la soluzione del sistema lineare di due equazioni a due incognite porta a $x = 13$ e $y = 8$.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta corretta (13 candelabri a 4 candele, 8 candelabri a 5 candele) con spiegazioni chiare (dove l'unicità della soluzione appaia chiaramente in caso di risoluzione aritmetica)

Livello: 8, 9, 10

Origine: Siena

17. CONCERTO DI PRIMAVERA (Cat. 9, 10)

Per il Concerto di Primavera i biglietti d'ingresso sono venduti in alcuni negozi della città, tutti allo stesso prezzo.
Per ogni biglietto venduto gli organizzatori pagano un compenso ai proprietari dei negozi partecipanti. Prima del concerto i venditori possono scegliere se riscuotere il compenso tutto in euro o parte in euro e parte in biglietti d'ingresso (a prezzo normale).
Giovanna la fioraia, che ha venduto 150 biglietti, sceglie di ricevere 5 biglietti più 75 euro.
Aldo il pasticcere, che ne ha venduti 62, sceglie di ricevere 2 biglietti più 34 euro.

Qual è, in euro, il compenso pagato dagli organizzatori per ciascun biglietto venduto?

Qual è il prezzo di vendita di ciascun biglietto?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: proporzionalità
- Algebra: equazioni di primo grado e sistemi lineari

Analisi del compito

- Comprendere che i biglietti venduti e quelli dati in omaggio hanno lo stesso valore.
- Riconoscere che c'è una proporzionalità diretta fra i compensi ricevuti e i biglietti venduti.
- Impostare la proporzione (5 biglietti + 75) : 150 = (2 biglietti + 34) : 62 e risolverla come un'equazione di primo grado utilizzando le proprietà delle proporzioni oppure per tentativi.
  Si ottiene che il prezzo di un biglietto è 45 euro e si può calcolare il compenso per ogni biglietto sostituendo i 45 euro nel primo o nel secondo termine della precedente uguaglianza (5×45+75):150 oppure (2×45+34):62 per trovare che il compenso è di 2 euro per ogni biglietto venduto.

Oppure: rendersi conto che il numero dei biglietti venduti da Giovanna e il compenso ricevuto sono multipli di 5 e analogamente constatare che il numero dei biglietti venduti da Aldo e il compenso ricevuto sono multipli di 2.

- Dedurre quindi che: Giovanna per 30 (150:5) biglietti riceve 1 biglietto omaggio e 15 euro, quindi per 60 biglietti venduti riceve 2 biglietti omaggio e 30 euro. Se per 62 biglietti venduti riceve 2 biglietti omaggio e 34 euro, si deduce che 2 biglietti venduti comportano 4 euro, quindi ciascun biglietto venduto dà 2 euro.

Oppure: introdurre delle variabili, ad esempio x per il compenso per ogni biglietto venduto e y il prezzo di un biglietto

- Rendersi conto che il compenso complessivo spettante a Giovanna è pertanto, in euro, $150x$ e che lei preferisce riscuotere questa somma nella forma $5y+75$.
- Impostare così l'equazione $150x = 5y+75$.
- Analogamente, nel caso di Aldo, si arriva all'equazione $62x = 2y+34$.
- Risolvere il sistema lineare di due equazioni in due incognite e trovare così $x = 2$ e $y = 45$.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposte corrette (2 euro; 45 euro) con spiegazione chiara

Livello: 9, 10

Origine: Siena

18. IN RIGA PER TRE! (Cat. 9, 10)

È facile scegliere, sul piano, 6 punti distinti su 2 rette distinte in modo che ciascuna di tali rette passi per esattamente tre di questi 6 punti, come sulla *Figura 1*.
E' anche possibile scegliere 6 punti distinti su 3 rette distinte in modo che ciascuna di queste rette passi per esattamente tre di questi 6 punti, come sulla *Figura 2*.

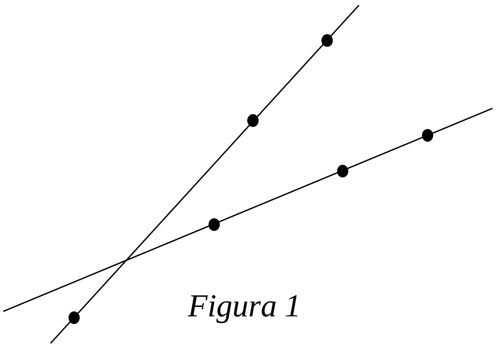


Figura 1

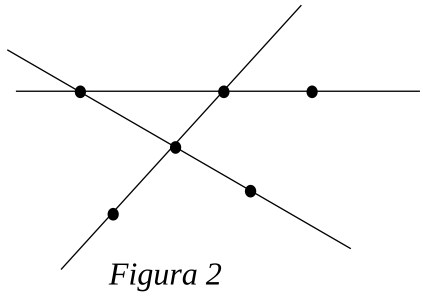


Figura 2

E' possibile scegliere 6 punti su più di 3 rette, in modo che ciascuna di queste rette passi per esattamente tre di questi 6 punti?

Se sì, dite quante possono essere queste rette al massimo e disegnatele, indicando anche i 6 punti scelti.

E se si scelgono 9 punti distinti del piano, quante rette possono esserci, al massimo, tali che ciascuna di esse passi per esattamente tre di questi 9 punti?

Indicate il numero massimo di rette che avete trovato e disegnatele, indicando anche i 9 punti scelti.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: rette e punti allineati

Analisi del compito

- Nell'osservare i due esempi, prendere coscienza del fatto che si ottiene un maggior numero di rette per 3 punti dati quando certi punti appartengono a più di una retta.
- Con 6 punti, per trovare una quarta retta, in rapporto alla *figura 2*, basta per esempio spostare uno dei 3 punti che sono ancora su una sola retta (per esempio spostare E della *figura 2*) per avere una nuova retta che passi per tre dei punti scelti: *Figure 3*.

  Si ottiene in tal modo una figura dove ciascuno dei 6 punti appartiene a due rette passanti ognuna per tre di quei punti

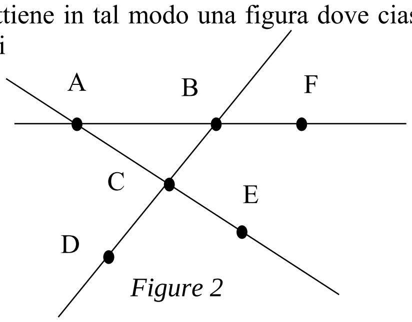


Figure 2

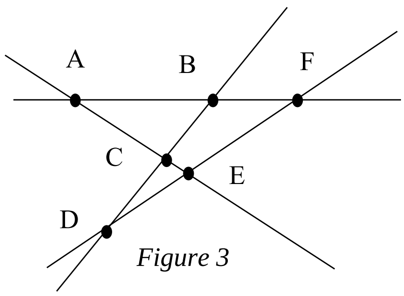


Figure 3

Per sistemare 9 punti, cominciare col cercare qual è il maggior numero di rette che si possono ottenere con 7 punti, poi con 8 punti.

Per 7 punti partire dalla sistemazione di 6 punti, cercare di piazzare un settimo punto in modo da individuare il massimo di allineamenti di 3 punti. Per questo, cercare le coppie di punti che non sono già allineati con un terzo, per esempio, (A, D) e (C, F) e piazzare G nell'intersezione delle due rette. Si ottengono 6 allineamenti di tre punti (*Figura 4*)

- Continuare a partire dalla configurazione dei 7 punti seguendo la stessa procedura. Constatare che le sole coppie di punti che non sono su un allineamento di 3 punti sono nell'esempio (B, E), (B, G) e (E, G), e che la sola possibilità è di piazzare un ottavo punto su una di queste rette (*Figure 5*). Si ottengono così 8 punti in 7 allineamenti di tre punti.

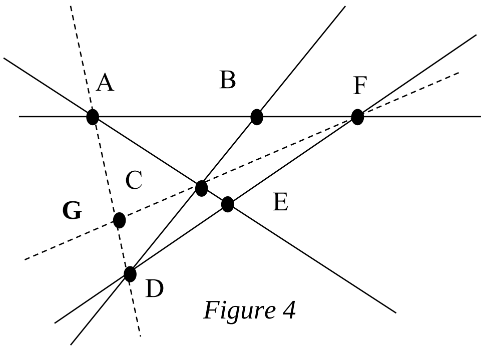


Figure 4

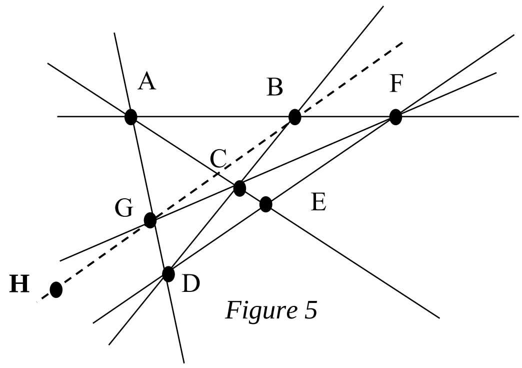
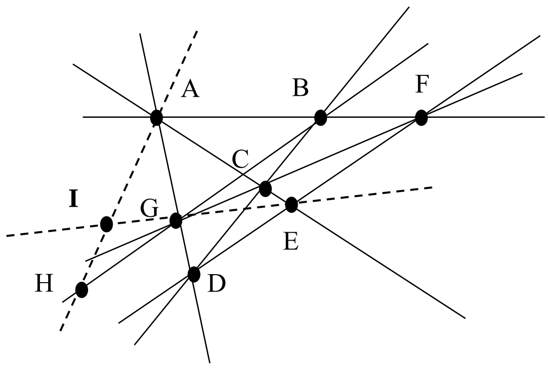


Figure 5

– Per i 9 punti, si possono tracciare le altre due rette passanti per due coppie di punti per i quali non passano ancora rette, sull'esempio (E, G) e (A, H), (Figura 6):

Figure 6



Si arriva così al massimo a 9 punti e 9 rette.

Oppure: successione di tentativi di sistemazione non organizzata di 6 punti da una parte e di 9 punti dall'altra in modo da fare apparire il maggior numero di rette possibili passanti per 3 di questi punti.

Attribuzione dei punteggi

4 Risposta completa e ottimale (sì, 4 rette per 6 punti e 9 rette per 9 punti), con i due disegni corrispondenti

Livello: 9, 10

Origine: Bourg-en-Bresse e RMT (3.F.7)