Piano Nazionale Lauree Scientifiche
Offerta dei Laboratori di Matematica
Anno Accademico 2014–2015

4 novembre 2014

1 Presentazione

Questi sono i Laboratori che il Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università di Parma intende proporre nell'ambito del "Piano Nazionale Lauree Scientifiche" per l'Anno 2014–2015. Per ogni laboratorio indichiamo il numero massimo di ore richieste, ma è possibile sviluppare solo in parte gli argomenti proposti, con una corrispondente riduzione delle ore stesse. Presenteremo personalmente questi laboratori in un incontro che avrà luogo presso la Sala Riunioni del nostro Dipartimento il giorno 18 novembre 2014 a partire dalle ore 15.

2 Come funziona Google? (M. Belloni)

Durata: da 14 a 24 ore.

Il motore di ricerca piú famoso del mondo è basato su un algoritmo numerico, meno conosciuto, che permette di catalogare in ordine di "importanza" (Rank) tutte le pagine web che si trovano in internet: il cosidetto "PageRank".

In questo laboratorio si vuole arrivare, attraverso tentativi e correzioni, a costruire questo algoritmo quando il world wide web è costituito da un numero piccolo (inferiore a 10) pagine.

Una volta identificato l'algoritmo, si studia come sia possibile calcolare numericamente il vettore PageRank quando le pagine da catalogare sono miliardi.

Bibliografia essenziale

[1] M. Belloni & C. Medori. Come funziona Google? In M. Belloni e A. Zaccagnini, (a cura di), *Uno sguardo matematico sulla realtà — Laboratori PLS 2010–2014*, pagg. 71–91. Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Parma. PLS – Parma. CLEUP, Padova, 2014. ISBN 978-88-6787203-9

3 Dimostrazioni senza parole (M. Belloni)

Durata: da 12 a $+\infty$ ore.

La matematica è una disciplina che permette di provare attraverso un processo deduttivo delle proposizioni. La dimostrazione di un teorema richiede un lavoro creativo, ma c'è uno sforzo creativo anche nel creare il problema (il Teorema di Pitagora, prima di essere dimostrato, venne congetturato dai Pitagorici). I teoremi possono essere congetturati in molti modi, e in questo laboratorio ci proponiamo di sceglierne alcuni che si possano formalizzare attraverso un approccio geometrico. Ad esempio

- la somma di un numero positivo e del suo reciproco è maggiore o uguale a 2;
- calcolare la somma dei quadrati dei primi n numeri naturali;
- il teorema di Morley;
- il teorema di Varignon

solo per citarne alcuni. Il laboratorio può essere adatto per studenti delle classi 2, 3 e 4. Si propone quindi agli studenti la parte induttiva della matematica: indovinare il risultato, e magari scoprire che la dimostrazione è già compresa nella formulazione della domanda. Può essere molto utile nell'approccio a questi problemi il software Geogebra.

4 Sistemi dinamici discreti (M. Groppi, S. Panizzi & C. Soresina)

Durata: da concordare con i docenti interessati, indicativamente 15 ore in classe.

Attività: il laboratorio è basato sulle successioni numeriche e sul loro utilizzo nell'ambito della modellistica matematica discreta, con particolare riguardo alla dinamica di popolazioni. Il laboratorio è rivolto a studenti di seconda, terza e quarta superiore. L'obiettivo è mostrare come le successioni numeriche siano un utile strumento per descrivere alcuni fenomeni di crescita; inoltre ci si concentrerà sulle capacità previsionali dei modelli discreti retti da successioni, sperimentando come alcuni di essi portino al caos deterministico. Gli argomenti verranno affrontati a partire dalla soluzione di semplici problemi per arrivare poi a qualche essenziale elemento di teoria dei sistemi dinamici discreti. L'utilizzo di strumenti di calcolo come Excel, GeoGebra, Matlab permetterà di rappresentare numericamente le soluzioni dei problemi affrontati.

5 Numeri complessi (F. Morandin)

Durata: 15 ore.

Si tratta di un percorso esplorativo, in cui gli studenti sono guidati a scoprire i numeri complessi in modo in gran parte autonomo e realmente laboratoriale. Gli studenti saranno messi di fronte alla necessità di introdurre l'unità immaginaria e saranno portati a delineare le proprietà minime che questa e i numeri complessi dovranno rispettare perché si possa continuare a applicarvi le normali operazioni. Gradualmente emergeranno definizioni e proprietà, interpretazione geometrica e relazioni con lo studio dei polinomi.

Questo laboratorio è adatto ad un gruppo non troppo numeroso di studenti che non conoscano già i numeri complessi. Non ci sono prerequisiti matematici.

6 Algoritmi di compressione dati (F. Morandin)

Durata: da 15 a 20 ore a seconda delle esigenze.

Tutti conoscono i file compressi, ma pochi sanno cosa significhi "comprimere" un file e come sia possibile, vista la natura digitale e discreta dei dati in ambito informatico. In realtà, molti cosiddetti nativi digitali non sanno nemmeno cosa sia esattamente un "file."

Questo laboratorio permetterà di comprendere a fondo la natura delle informazioni custodite nei supporti informatici e di familiarizzare con le principali tecniche di compressione. Vi sarà una parte minima di spiegazione frontale, ma la gran parte delle ore saranno impiegate dagli studenti per fare esperimenti al calcolatore o (qualche volta) con carta e penna.

Questo laboratorio è adatto ad un gruppo di studenti con competenze di programmazione, almeno un terzo dei quali dovrebbe essere in grado di programmare bene. (Va bene qualsiasi linguaggio.) Non ci sono prerequisiti matematici.

Programma di massima: caratteri, files, codice ascii, frequenze dei bytes, codice Morse, codici prefissi, codice di Huffman, entropia dell'informazione, codifica aritmetica, ZIP, gz, bzip2, 7zip.

7 Codici di correzione degli errori (F. Morandin)

Durata: da 15 a 20 ore a seconda dei prerequisiti.

Si sa bene che cd, dvd e bluray stipano le informazioni in microscopici solchi su un supporto metallico che viene letto da un laser. Sembra impossibile, vista la precisione necessaria, che i dischi restino leggibili anche con graffi sulla superficie, ma l'esperienza ci dice che fino a che i graffi sono relativamente pochi e non troppo spessi, il disco viene letto perfettamente, mentre superato un certo livello di danni, è possibile che non si possa recuperare piú nessuna informazione. La spiegazione non sta tanto nelle caratteristiche tecniche del laser e del disco, quanto nella matematica coinvolta, che è la stessa che permette di evitare gli errori di trasmissione nelle comunicazioni wifi, telefoniche, televisive e satellitari. Vi sarà una parte di spiegazione frontale e una parte "sperimentale" in cui gli studenti si cimenteranno con le problematiche e potranno proporre codici di correzione e testarli al calcolatore.

Questo laboratorio è adatto ad un gruppo non troppo numeroso di studenti, almeno un terzo dei quali dovrebbe essere in grado di programmare. (Va bene qualsiasi linguaggio.) Dal punto di vista matematico si usano vettori e matrici, la cui introduzione può avvenire in classe, oppure all'interno del laboratorio stesso.

Programma di massima: codici elementari, vettori e codici generali, matrici e codici lineari, codici di Hamming, codice di Golay, parity-check codes, codici di convoluzione, codici random, teorema di Shannon, turbocodes, codici di Gallager.

8 Passeggiata aleatoria (F. Morandin)

Durata: 15 ore.

Una pulce si muove a caso sugli interi, partendo da 0 e saltando ad ogni turno a destra o a sinistra con probabilità 1/2. Quanti problemi di combinatoria e probabilità iniziano cosí! È la passeggiata aleatoria, che nonostante la sua apparente semplicità, ha al suo interno la ricchezza per familiarizzare con molti concetti importanti e interessanti della probabilità moderna. In questo laboratorio useremo la pulce come guida e come scusa per capire meglio la combinatoria, il concetto di indipendenza, la legge dei grandi numeri e il teorema del limite centrale e per introdurre il moto Browniano, il concetto di gioco onesto con le relative strategie di gioco e la matematica degli investimenti azionari. Questo laboratorio è adatto ad un gruppo non troppo numeroso di studenti di quarta o quinta superiore. Non ha prerequisiti particolari, ma la parte di lezione frontale è preponderante, quindi richiede agli studenti un certo livello di attenzione e di coinvolgimento. Il pubblico ideale è composto da studenti incuriositi da cosa sia la matematica universitaria, in dubbio se iscriversi a matematica o ad altri corsi di laurea tecnici o scientifici.

9 Probabilità e giochi (d'azzardo e no) (F. Morandin & A. Saracco)

Il gioco d'azzardo è ormai diffusissimo in Italia. Ma quali sono gli strumenti matematici per capire e difendersi dalla tentazione? Come si calcolano le probabilità di vincita? Cos'è la speranza di vincita? Perché se le cifre in ballo in una scommessa cambiano, ci comportiamo in modo diverso? Come possiamo visualizzare numeri molto piccoli o molto grandi? Una proposta di percorso tra psicologia, matematica e gioco.

Si potranno esaminare da vicino svariati giochi, a seconda delle preferenze degli studenti: poker, lotterie, gratta e vinci, ma anche Dungeons&Dragons, il gioco dell'oca, Risiko, Magic, backgammon ...

10 Topologia (A. Saracco)

A partire da definizioni e riflessioni elementari sul concetto di uguaglianza, introdurremo la topologia per poi addentrarci in vari suoi ambiti. Il percorso esatto che seguiremo sarà scelto in base alle curiosità del gruppo di persone che seguono il corso.

1. Uguaglianza e relazioni di equivalenza in matematica e in geometria. Cenni di teoria delle categorie (oggetti e frecce). Introduzione al concetto di topologia
2. Invarianti topologici. La caratteristica di Eulero-Poincaré. La caratteristica di EP della sfera e del piano (possibile discussione su altri oggetti)
3. Orientabilità: nastro di Möbius
4. . Superfici topologiche compatte (nello spazio e non): quali ad esempio la sfera, il toro, labottiglia di Klein
5. Teoria dei grafi: il problema dei 7 ponti; il problema dei 4 colori e sue varianti (il problema dei 5 colori; i 7 colori nel toro)
6. Dimostrazioni umane o dimostrazioni computerizzate? Legame tra matematica e computer

11 Geometrie non euclidee (A. Saracco)

A partire dal V postulato di Euclide, si possono indagare i postulati della geometria euclidea o di una teoria matematica; cercare proprietà equivalenti al quinto postulato; indagare cosa succede negando il V postulato o modificando altri postulati. Si può esplorare la geometria iperbolica, quella sferica o ellittica. Si può finire a parlare di fisica moderna, di curvatura dello spazio e di geometrie basate sulla metrica e non sugli assiomi. Adatto per chi ha già affrontato bene la geometria euclidea.

12 Matematica ed elezioni (A. Saracco)

Si parlerà delle elezioni da un punto di vista logico-matematico, con tanti risultati paradossali, che i politici preferiscono tacere e ignorare. Inoltre ci potranno essere incursioni in curiosità elettorali del passato.

1. Paradosso del gelataio, ovvero votazioni su un singolo argomento
2. Votazioni su piú argomenti: il problema dell'alternativa maggioritaria
3. Matematizzazione di un'elezione
4. Il paradosso di Arrow (l'unico sistema elettorale buono è la dittatura)
5. Problemi con i seggi e le circoscrizioni elettorali
6. Il doppio proporzionale non funziona

13 Crittografia (A. Zaccagnini)

Durata: 15–20 ore.

1. Teoria elementare dei numeri
2. Come generare numeri primi: il crivello di Eratostene
3. Il massimo comun divisore e l'algoritmo di Euclide
4. Congruenze
5. Il piccolo teorema di Fermat
6. Crittografia classica
7. Crittografia a chiave pubblica
8. Il crittosistema RSA
9. Algoritmi di primalità e fattorizzazione
10. Firma digitale
11. Il linguaggio PARI/Gp

La prima parte è trattata in [2] e in [1]. Nel testo [3] c'è una descrizione elementare di alcuni crittosistemi, mentre in [4] si possono trovare approfondimenti sugli algoritmi per le operazioni elementari.

Bibliografia essenziale

[1] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Introduzione alla crittografia.* Ulrico Hoepli Editore, Milano, 2004.

[2] A. Languasco & A. Zaccagnini. *Crittografia.* Coop. Libraria Editrice Università di Padova, Padova, 2006. Progetto Nazionale Lauree Scientifiche. Sottoprogetto Matematica per il Veneto.

[3] A. Zaccagnini. Cryptographia ad usum Delphini. Quaderno n. 459, Dipartimento di Matematica dell'Università di Parma, febbraio 2007. `http://people.math.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/CryptoDelph.pdf`.

[4] A. Zaccagnini. Riesame critico delle operazioni elementari. In M. Belloni e A. Zaccagnini, (a cura di), *Uno sguardo matematico sulla realtà — Laboratori PLS 2010–2014*, pagg. 71–91. Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Parma. PLS – Parma. CLEUP, Padova, 2014. ISBN 978-88-6787203-9

14 Frazioni continue (A. Zaccagnini)

Durata: 12–15 ore.

1. L'algoritmo di Euclide
2. Complessità dell'algoritmo di Euclide e numeri di Fibonacci
3. Frazioni continue per numeri razionali
4. Il problema dell'approssimazione di numeri reali
5. Frazioni continue per numeri reali qualsiasi
6. Frazioni continue per gli irrazionali quadratici
7. Applicazioni: calcolo numerico, progettazione di ingranaggi

Si possono trovare approfondimenti sull'algoritmo di Euclide e sulle frazioni continue in generale in [1] e [2].

Bibliografia essenziale

[1] A. Zaccagnini. Algoritmo di Euclide, numeri di Fibonacci e frazioni continue. In P. Vighi, (a cura di), *Progettare Lavorare Scoprire*, pagg. 153–162. Dipartimento di Matematica, Università di Parma, 2010. `http://people.math.unipr.it/alessandro.zaccagnini/psfiles/papers/art_euclide.pdf`.

[2] A. Zaccagnini. Frazioni continue. PLS – Parma. In preparazione, 2014.