

Campo magnetico di un solenoide

Esperimento a casa 1

- **Scopo esperimento**

Lo scopo dell'esperimento è determinare per prima cosa la componente orizzontale del campo magnetico $B_{Terrestre} = B_T$, in seguito lo confronteremo con il campo magnetico prodotto all'interno di un solenoide, che misureremo costruendo un apposito circuito.

- **Cenni teorici** Il campo magnetico terrestre è simile a quello generato da un dipolo magnetico permanente. Le linee di campo partono dal polo Nord magnetico, (rinominato Sud perché posto in prossimità del polo sud geografico) terminando al polo sud (nord geografico). Le linee di campo che lo descrivono non sono parallele alla superficie terrestre, ma anzi c'è una componente verticale del campo magnetico che, alla nostra latitudine, è circa il doppio della componente orizzontale.

Un solenoide è un filo avvolto più volte su sè stesso che crea un campo magnetico al suo interno a causa del passaggio di corrente nel filo. Per un solenoide ideale di lunghezza indefinita, tale campo magnetico è diretto lungo l'asse del solenoide ed è uniforme nei punti interni, mentre è nullo all'esterno.

Per un solenoide di lunghezza indefinita:

$$B = \mu I n$$

dove μ è la costante di permeabilità magnetica, I la corrente elettrica e n il numero di avvolgimenti per unità di lunghezza.

Per un solenoide non indefinito:

$$B = \frac{n\mu I}{2}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

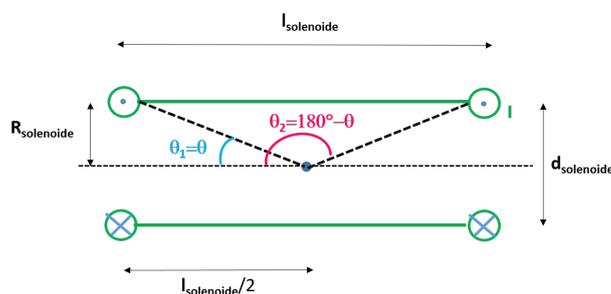


Figura 1: schema solenoide definito

- **Materiale necessario**

Per realizzare questo esperimento, avremo bisogno del seguente materiale:

- Pila da $\epsilon = 1.5V$
- Filo di rame sufficientemente lungo (il nostro era 10m)
- Fili conduttori più corti
- Resistenza (nel nostro caso 20Ω)
- Tubo di materiale isolante (nel nostro caso plastica)
- Telefono con applicazione Phyphox

- **Descrizione esperimento**

Divideremo l'esperimento in 2 parti principali:

- **1^a parte- misura della componente orizzontale del campo magnetico terrestre**

Sappiamo che, considerando la Terra come un magnete il cui polo nord (risp. sud) coincide con il sud (risp. nord) geografico, la componente di campo terrestre orizzontale è diretta (sulla superficie e quindi all'interno del magnete con cui approssimiamo la Terra) in direzione da nord a sud geografico (risp. sud e nord magnetico). Di conseguenza, per prima cosa individuiamo la direzione Nord-Sud con la bussola presente sul cellulare. A questo punto, usiamo l'applicazione Phyphox in funzionalità magnetometro: tale applicazione fa uso di un sensore posto, nel caso specifico del cellulare utilizzato, a metà della parte superiore; inoltre gli assi del magnetometro sono orientati come nella figura seguente:

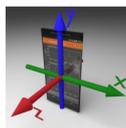


Figura 2: assi del magnetometro

Poichè il magnetometro (che possiamo approssimare a un cilindro) misura campi che sono posizionati assialmente al cilindro, quindi che incidono perpendicolarmente alla faccia del magnetometro, posizioniamo il sensore in modo che sia diretto lungo la direzione che congiunge il polo nord e sud geografico.



Figura 3: misura di campo magnetico terrestre

Avviando la misura su Phyphox in tali condizioni, possiamo quindi trovare l'intensità della componente orizzontale del campo magnetico terrestre, che sarà quindi individuata dalla misura fatta lungo y . Importando i dati su Origin di tutte e tre le componenti, otteniamo i grafici riportati di seguito:

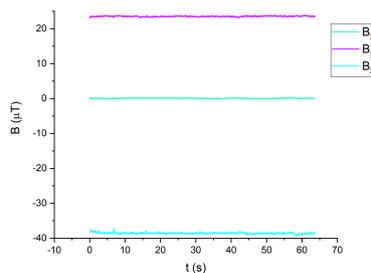


Figura 4: misure ottenute per il campo lungo x, y e z

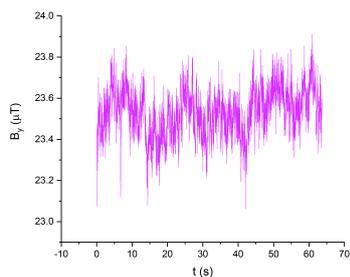


Figura 5: misure ottenute per il campo lungo y

Facendo la media dei valori ottenuti lungo y , otteniamo il valore medio della componente orizzontale cercata e per l'errore, considerando il problema come prove ripetute (con N =numero di prove=numero

istanti), la deviazione standard della media, cioè:

$$\sigma_{\bar{B}} = \frac{\sqrt{\frac{\sum (B_i - \bar{B})^2}{N-1}}}{\sqrt{N}}$$

si ottiene:

$$\bar{B}_y = B_{terrestre} = (23.530 \pm 0.001)\mu T$$

Osserviamo che, benchè il valore ottenuto possa risultare compatibile con quanto atteso (il suo valore varia tra 20 e 70 μT rispettivamente all'equatore e ai poli), possono essere presenti eventuali contributi di campi magnetici presenti intorno a dove abbiamo eseguito la misura, ad esempio il campo dovuto al computer (anche se è stato messo il più lontano possibile dal telefono). Usando poi le componenti x, y e z possiamo trovare la media del modulo del campo magnetico locale totale (con relativo errore come fatto in precedenza), tramite i dati salvati che includono direttamente il dato del modulo totale misurato a ogni istante (avremmo anche potuto trovarlo tramite il calcolo della norma quindi tramite $\sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$):

$$B_{locale} = (45.191 \pm 0.002)\mu T$$

Notiamo che la componente verticale del campo magnetico, che dovrebbe essere diretta lungo z, è compresa in

$$\bar{B}_z = (38.580 \pm 0.002)\mu T$$

e questo può essere accettabile in quanto in teoria, nella posizione sulla Terra in cui troviamo, la componente verticale del campo magnetico terrestre risulta circa il doppio di quella orizzontale. Possiamo inoltre determinare approssimativamente l'angolo di inclinazione tra la componente z e y, quindi tra la componente verticale e orizzontale:

$$\theta = \arctan\left(\frac{B_z}{B_y}\right) \sim 58.62^\circ$$

- **2^a parte- misura di campo magnetico di un solenoide**
Consideriamo ora un circuito schematizzato come di seguito:

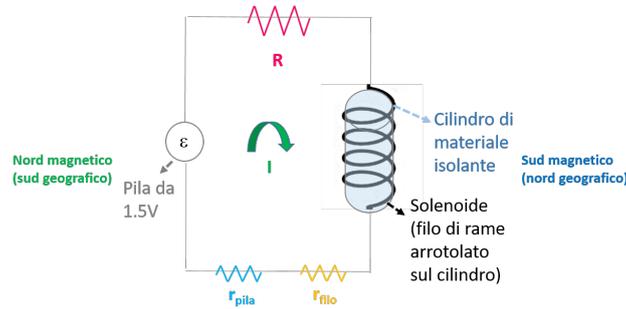


Figura 6: circuito che realizzeremo

Per realizzare la nostra misura, infatti, abbiamo progettato un circuito con le seguenti caratteristiche: una pila collegata tramite fili conduttori a un solenoide, formato da filo di rame avvolto più volte, e a una resistenza R in serie con altre due resistenze più piccole dovute alla resistenza interna della pila e al filo. Analizzando nel dettaglio:

1. Per prima cosa, ci siamo procurate un lungo filo di rame, la cui resistività nominale è $\rho_{Cu} = 1.68 \times 10^{-8} \Omega m$, di lunghezza nominale $L=10$ m e sezione di area pari a $S=\pi(0.5/2mm)^2$. Tale filo conduttore ci servirà innanzitutto per connettere i vari elementi tra loro e alla pila, e inoltre ci permetterà di creare il solenoide avvolgendolo più volte attorno al cilindro (riprenderemo le specifiche di questo passaggio più avanti \star). Abbiamo scelto un filo abbastanza lungo in modo da realizzare un numero sufficiente di avvolgimenti nel solenoide e ottenere una resistenza di circa 1Ω ; abbiamo poi inserito una resistenza in serie per limitare la corrente che circola nel circuito. Infatti, calcolando la resistenza del filo $r_{filo} = r$ (che nel circuito sarà considerata in serie con gli altri elementi secondo il modello a elementi concentrati) tramite la formula:

$$r = \frac{\rho L}{S} \sim 0.86 \Omega$$

otteniamo un valore approssimativo di r (possiamo solo stimare tale valore poichè non sappiamo con quale precisione siano stati misurati i dati di resistività, lunghezza e sezione forniti dall'azienda produttrice del filo di rame).

In seguito, abbiamo avvolto 44 volte il filo attorno a un cilindro cavo di materiale isolante (nel nostro caso una bottiglia di plastica cilindrica) di diametro $D_S = (8.4 \pm 0.1)cm$ e quindi di raggio di $R_S = \frac{D_S}{2} \pm \frac{\Delta D_S}{2} = (4.20 \pm 0.05)cm$, e lunghezza $l=(4.4 \pm 0.1)cm$ (entrambe le misure della lunghezza e del diametro sono state prese tramite l'uso di un righello di sensibilità $\Delta = 1mm$): in questo modo, abbiamo ottenuto un solenoide al cui interno potremo inserire il telefono, che sarà il nostro magnetometro. Tale solenoide è collegato, infine, al resto del circuito

tramite due ulteriori fili conduttori connessi ai due estremi del filo che lo compone (*).

2. Una pila che eroghi una tensione di 1.5 V nel circuito, che sarà collegata al circuito connettendo due fili conduttori ai suoi estremi, collegati agli altri elementi, in modo che possa far circolare corrente. Per facilitare la misura (per collegare e scollegare rapidamente la pila al circuito) la pila è stata inserita all'interno di un alloggiamento che permetteva di realizzare il contatto con gli elettrodi.
3. Una resistenza R in serie con tutti gli altri elementi (e quindi in serie anche con la resistenza r) il cui valore ($R=20\Omega$) è stato scelto per limitare l'intensità di corrente all'interno del nostro circuito: infatti, in assenza di amperometro per misurare la corrente, possiamo sfruttare la legge di Ohm per imporre la quantità di corrente che vogliamo immettere nel circuito. (anche questo passaggio sarà spiegato più approfonditamente in seguito **)

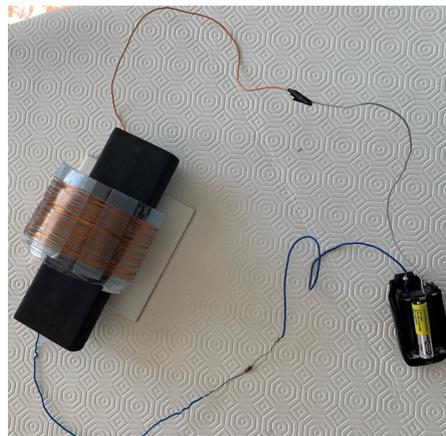


Figura 7: circuito costruito

Riassunto brevemente come abbiamo concretamente costruito il circuito, facciamo alcune importanti considerazioni che ci hanno consentito di eseguire una misura più accurata:

- * Per prima cosa, per essere certe di avere correnti controllate (che non eccedano le decine di mA), come abbiamo già specificato in precedenza (**), abbiamo inserito in serie una resistenza R. Questo ci permette di controllare, tramite la legge di Ohm, la massima corrente che circherà nel circuito, cioè la corrente che circola se la pila è completamente carica: ovviamente, di mano in mano che l'esperimento andrà avanti, quest'ultima si scaricherà e avrà gradualmente correnti sempre meno intense; tuttavia per semplicità, in assenza di Amperometro che ci possa indicare il valore preciso della corrente e dovendoci basare solo sul calcolo teorico della legge di Ohm, supporremo che tale valore si mantenga costante durante la durata dell'esperimento, approssimazione

comunque buona visto che si tratterà di una misura di breve durata. Considerando nel calcolo della resistenza equivalente anche la resistenza interna nominale della pila $r_{pila} = 0.1\Omega$:

$$R_{eq} = R + r + r_{pila} = 20 + 0.86 + 0.1 = 20.96$$

possiamo, quindi, calcolare tale corrente:

$$\epsilon = 1.5V = I_{max}(R_{eq}) \implies I_{max} = \frac{1.5}{20.96} = 71.5mA$$

A questo punto, è importante verificare che tale corrente rispetti la condizione imposta dall'effetto Joule, cioè che sia inferiore o al massimo uguale al massimo valore di corrente (I_J) che permette di svolgere l'esperienza senza osservare un surriscaldamento. Quindi, data la potenza $P=0.125W$ della resistenza R (per la resistenza r , che benchè sia non trascurabile non ha potenza abbastanza significativa per essere inclusa nel calcolo), otteniamo:

$$I_J = \frac{P}{\epsilon} = 84mA$$

Osserviamo che, come sperato, $I_{max} < I_J$ quindi possiamo procedere.

* (★) Prima di passare ad analizzare il solenoide, osserviamo che avremmo potuto misurare direttamente il campo magnetico del filo messo rettilineo (essendo anche lungo sarebbe stata corretta l'approssimazione a filo indefinito); tuttavia abbiamo preferito scegliere il solenoide perchè il campo magnetico del filo non è uniforme ma dipende dalla distanza r a cui mettiamo il magnetometro dal filo stesso: infatti per la legge di Biot-Savart avremmo:

$$B_{filo} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Questo non ci permetterebbe di ottenere una misura precisa: infatti sappiamo che il sensore si trova nella parte superiore del cellulare; tuttavia non sappiamo esattamente in quale punto, e poichè il cellulare è largo alcuni centimetri questo influirebbe sulla distanza dal filo stesso e quindi dalla misura di B . Al contrario, il solenoide (nell'approssimazione di solenoide indefinito) all'interno ha un campo magnetico uniforme (all'esterno è nullo) e vale (detto N il numero di avvolgimenti e l la lunghezza del solenoide):

$$B = \frac{\mu_0 IN}{l}$$

Quindi, abbiamo costruito il solenoide avvolgendo il filo di rame attorno al cilindro di materiale isolante (nel nostro caso una bottiglia di plastica cilindrica) in modo da poter inserire il cellulare all'interno, con la faccia superiore del telefono (dove è presente il sensore) ortogonale al campo del solenoide ed esattamente a metà del diametro e della lunghezza del solenoide stesso, in modo da mettersi nelle condizioni di campo uniforme (più ci si spinge

verso l'esterno del solenoide e più le linee del campo si incurvano) e ottenere una misura abbastanza precisa del campo magnetico del solenoide. Notiamo che, quindi, tale campo è diretto assialmente con il telefono (magnetometro) e il cilindro; inoltre, per correnti basse e controllate come quelle con cui stiamo lavorando (poichè $B \propto I$ come detto prima), il campo magnetico risulterebbe piccolo: possiamo amplificarlo aumentando invece il numero N di avvolgimenti ($B \propto N$) e anche riducendo la lunghezza l del solenoide ($B \propto \frac{1}{l}$), in modo da poterlo rilevare meglio: scegliamo infatti i valori $N=44$ e $l=(4.4 \pm 0.1)$ cm (per determinare N abbiamo contato quante volte avvolgevano il filo in fase di costruzione del solenoide). Osserviamo che, se non avessimo dovuto inserire il telefono nella cavità cilindrica avremmo potuto, per amplificare al massimo il modulo del campo, avvolgere il filo attorno a un cilindro pieno di ferro, in modo che avremmo avuto un ulteriore fattore moltiplicativo μ_r del materiale ferromagnetico, che è, come noto, maggiore di 1.

- * Facciamo un'ultima importante considerazione: abbiamo orientato il circuito in modo che il campo magnetico terrestre non influenzasse la nostra misura. Poichè abbiamo determinato nella prima parte che la componente orizzontale di tale campo diretto da nord a sud geografico, orienteremo, tramite la bussola sul telefono, il circuito in modo che il campo del solenoide e il telefono siano perpendicolari a tale direzione, quindi in direzione est-ovest. In questo modo, dovremmo escludere quasi del tutto la componente di campi terrestri, tuttavia sono comunque presenti altri contributi dovuti ad altri campi, quindi prima di tutto faremo, nella configurazione appena descritta, una misura in assenza di corrente, in modo da poter trovare questi contributi aggiuntivi e sottrarli dal valore di B che troveremo per il solenoide quando faremo passare corrente.

⇒ Quanto realizzato è schematizzato di seguito:

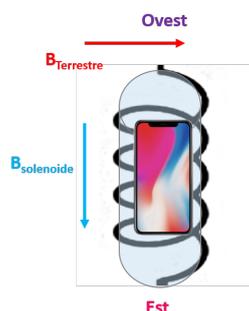


Figura 8: solenoide costruito

Inoltre, riportiamo una foto più dettagliata del solenoide costruito:

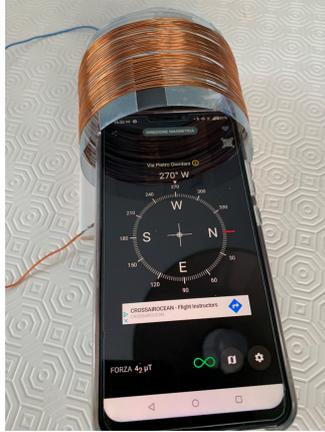


Figura 9: solenoide costruito

A questo punto, tenendo conto di tutte queste considerazioni, una volta attaccata la pila al circuito collegando i suoi estremi ai capi dei fili conduttori e facendo quindi scorrere corrente continua, possiamo avviare la misura sul magnetometro di Phyphox, avendo cura di azzerare la componente y e posizionando perfettamente il solenoide in direzione ovest-est. Lasciamo andare la misura per circa un minuto (il magnetometro registra il valore di campo in funzione dell'istante a cui è misurato), collegando e scollegando alternativamente la pila al circuito, e otteniamo i dati relativi a B_x , B_y e B_z . A questo punto fermiamo la misura ed esportiamo i dati dall'applicazione a Origin. Il campo che ci interessa è diretto solo lungo la componente y , tuttavia per verificarlo riportiamo di seguito quanto ottenuto per tutte e tre le componenti (su ascisse il tempo e su ordinate il valore di campo magnetico in μT):

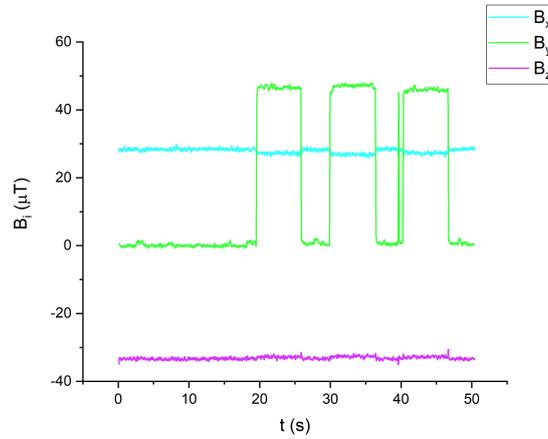


Figura 10: misure ottenute per il campo lungo x,y e z

Come si osserva dal precedente grafico, infatti, le componenti x e z, quando la pila è staccata dal circuito, restano quasi invariate rispetto a quando la pila invece è collegata: questo significa che lungo x e z non si hanno contributi da parte del campo del solenoide, che, invece, varia significativamente al passaggio o meno di corrente.

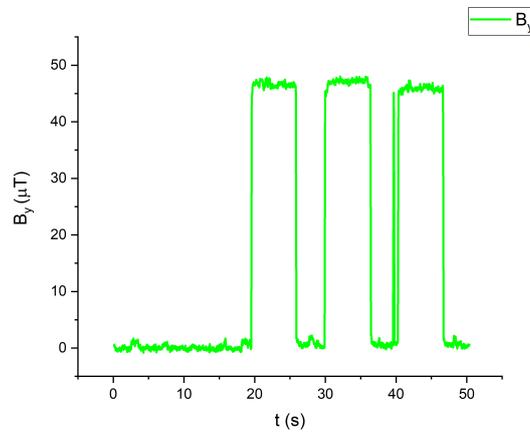


Figura 11: misure ottenute per il campo lungo y

Prendiamo a questo punto come valore del modulo del campo magnetico B_y la media tra tutti i valori presi dal magnetometro lungo y nell'intervallo ($N=\Delta t$) in cui la pila è collegata e la corrente scorre:

$$\bar{B}_y = \frac{\sum_{i=1}^N B_{yi}}{N} = 51.65211 \mu T$$

e per l'errore, considerando come già fatto per il campo magnetico terrestre il problema come prove ripetute (con N=numero di

prove=numero istanti), la deviazione standard della media, cioè:

$$\sigma_{\bar{B}} = \frac{\sqrt{\frac{\sum (B_i - \bar{B})^2}{N-1}}}{\sqrt{N}} = 0.01579 \mu T$$

Notiamo che il risultato ottenuto non è del tutto consistente con il risultato teorico con approssimazione di solenoide indefinito. Infatti, calcolando tramite la formula il campo magnetico, otterrei:

$$B_{teo} = \frac{\mu_0 I_{max} N}{l} \pm \frac{\mu_0 I_{max} N \Delta l}{l^2} = (90 \pm 2) \mu T$$

che è quasi il doppio di quanto abbiamo misurato! Questo è dovuto al fatto che l'approssimazione a solenoide indefinito non è corretta: infatti la lunghezza di quest'ultimo non è abbastanza grande da poter affermare che $R_S \ll l$. Proviamo quindi a non usare l'approssimazione a solenoide indefinito e a considerare invece il solenoide di lunghezza finita, come schematizzato di seguito:

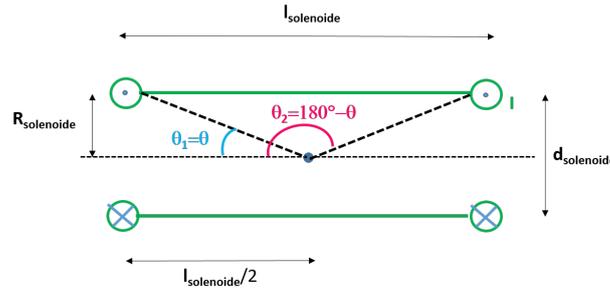


Figura 12: schema solenoide definito

e usiamo la formula:

$$B_{teo} = \frac{\mu_0 I_{max} N (2 \cos(\theta))}{2l} \pm \frac{\mu_0 I_{max} N (2 \cos(\theta)) \Delta l}{2l^2} = (47 \pm 1) \mu T$$

che risulta decisamente più simile a quanto trovato sperimentalmente. Notiamo che il risultato ottenuto risulta compatibile se consideriamo che gli errori stimati con le procedure statistiche usuali sono presumibilmente delle sottostime dell'errore sperimentale: ci aspettiamo infatti che la limitata precisione del magnetometro del telefono porti ad errori la cui entità è maggiore di quella stimata in precedenza.

- **Appendice: Ripetizione dell'esperimento, alcune modifiche e ulteriori accorgimenti**

Disponendo di mezzi diversi, abbiamo fatto calcoli diversi e costruito solenoidi diversi.

1. **Misura del campo magnetico terrestre**

Anche in questo caso inizialmente abbiamo cercato di studiare come il telefonino reagisse al campo magnetico. Per cercare il punto esatto

in cui era presente il sensore, abbiamo usato il semplice metodo di passare un piccolo magnete sulla superficie del telefonino. Dove il magnetometro avesse segnato un picco, lì sarebbe stato il sensore. In questo secondo telefono era in alto, appena decentrato sulla sinistra: ne abbiamo tenuto conto al momento della misura.

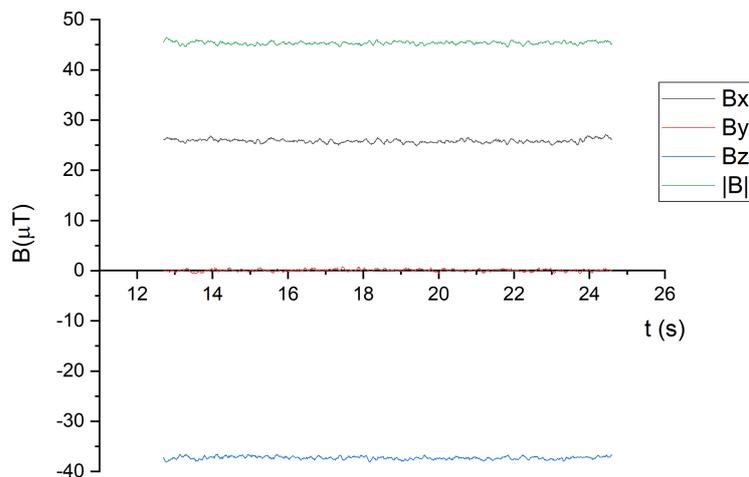


Figura 13: misura campo magnetico terrestre

Durante la misura del campo magnetico terrestre, i valori individuati, però, sono stati leggermente diversi da quelli trovati nel primo caso.

$$B_x = 25.84 \pm 0.01 \mu T$$

$$B_y = 0.07 \pm 0.007 \mu T$$

$$B_z = 37.282 \pm 0.009 \mu T$$

$$|B|_{\text{misurato}} = 45.363 \pm 0.009 \mu T$$

Questo è dovuto senz'altro ad una diversa posizione geografica della misura e a eventuali fattori esterni che hanno influito sulla misura, ma rimettendoci nelle stesse condizioni di misura i valori misurati sono leggermente diversi. Ciò può voler dire che l'errore associato ad una singola misura (trovato anche in questo caso tramite gli stessi calcoli statistici), che è in teoria molto piccolo, è, in realtà, come già spiegato sopra, di qualche μT .

In seguito, abbiamo costruito il solenoide, ma con alcune differenze importanti.

Anzitutto, in questo secondo caso avevamo a disposizione un filo di rame di sezione non nota e non c'erano gli strumenti adatti per poterla misurare, non senza un'incertezza troppo importante per poter ritenere utile il dato. Per questo motivo, ci siamo adoperate per rendere trascurabile la resistività del filo rispetto ad una resistenza di valore noto: quest'ultima, inserita in serie nel circuito, ci serviva anche per poter lavorare a correnti controllate per evitare surriscaldamento o cortocircuito.

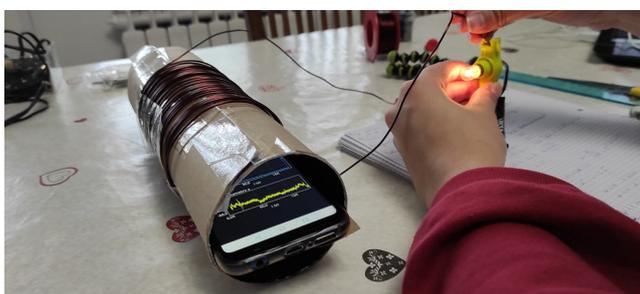
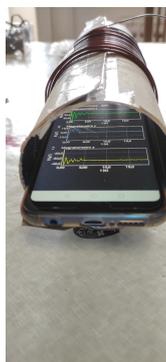
Prima di realizzare concretamente il solenoide, abbiamo fatto alcuni calcoli. Inizialmente, abbiamo considerato una stima del campo magnetico terrestre in modo da poter capire all'incirca che ordine di grandezza dovesse risultare il campo magnetico del solenoide per poter essere visibile. A questo punto, per costruire il solenoide (temporaneamente considerato ideale) sfruttando un generatore di 3V (ottenuto collegando in serie due pile mini-stilo da 1.5 V ciascuna), anche disponendo gli avvolgimenti il più fitto possibile, era conveniente usare la resistenza più bassa possibile. In questo caso, è stata usata una lampadina da 24 Ω , che aveva l'ulteriore vantaggio di mostrare se effettivamente stesse passando corrente nel circuito.

$$I_{stimata} : I = 0.125A$$

Il supporto attorno a cui è stato costruito il solenoide era un cilindro di cartone. Nella costruzione effettiva del solenoide, in questo caso, abbiamo preferito favorire la lunghezza (cercando di renderlo indefinito) più che la densità di spire (anche se abbiamo avuto l'accortezza di verificare di non averne comunque un numero n troppo basso, restando sull'ordine di grandezza di 10^2 m^{-1}).

$$n = \frac{N}{L} \pm N\left(\frac{\Delta L}{L^2}\right) = 313 \pm 3$$

Poi, durante la misura effettiva del campo magnetico del solenoide, abbiamo avuto gli stessi accorgimenti del caso precedente: ci siamo allineati al campo magnetico terrestre lungo est-ovest (annullandolo lungo y), e abbiamo posizionato il sensore al centro del solenoide, allineato con y lungo l'asse del solenoide, cercando di stare lontani da possibili fonti di interferenza. C'erano però alcune differenze: senza un contenitore di plastica (quindi trasparente) era più difficoltoso sapere esattamente la posizione del sensore (che poi è stata utilizzata per il calcolo di un solenoide reale). Per questo motivo, è stato affiancato un righello.



Il valore trovato in questo caso, misurando solo la variazione per y, (calcolando gli errori come nel caso precedente), era di: $B_{misurato} = (31.597 \pm 0.011)\mu T$.

E' interessante, però osservare le tre misure affiancate:

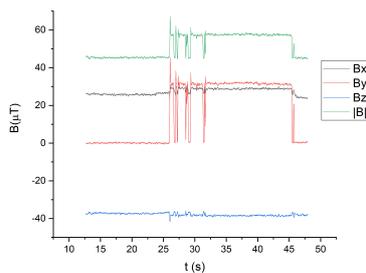


Figura 14: misura campo magnetico terrestre

Osserviamo che durante la misura si ha un innalzamento, oltre che della componente y e del modulo, anche della componente x, segno che non era del tutto allineato con il telefono (e con il campo magnetico terrestre) e che non poteva essere approssimato ad un solenoide ideale. Infatti, facendo i calcoli il valore teorico per un solenoide indefinito sarebbe risultato (supponendo trascurabile la resistenza dovuta alla resistività):

$$B_{teorico} = I\mu n \approx 49\mu T$$

Per cui, prendendo anche in questo caso la formula di un solenoide non indefinito (tenendo conto della posizione decentrata del sensore per il calcolo degli angoli).

$$B_{nonindefinito} \approx 32\mu T.$$

che è già più confrontabile con i valori da noi individuati. (L'errore in questo caso è difficilmente stimabile, per via dell'imprecisione della costruzione del solenoide, della difficoltà di stabilire con sufficiente precisione la posizione del sensore rispetto al telefono e rispetto al solenoide).

- **Conclusioni**

In conclusione siamo riuscite a stimare approssimativamente il valore del campo magnetico terrestre, in particolare della sua componente orizzontale, e a trovare un valore abbastanza soddisfacente del campo magnetico di un solenoide definito percorso da corrente. Inoltre, confrontando le due esperienze, possiamo rilevare alcuni punti interessanti. Possiamo osservare che per amplificare l'intensità del campo magnetico, è più conveniente aumentare la densità di spire più che la lunghezza del solenoide, visto che un solenoide di così poco più lungo non può comunque essere considerato indefinito. Un diametro più grande avrebbe anche consentito una maggiore agevolezza per scegliere una posizione centrale del solenoide e un supporto trasparente aiuta senz'altro la lettura dei dati e il posizionamento del sensore. Infine, un'ulteriore osservazione che abbiamo fatto è stata quella di misurare il campo magnetico all'esterno del solenoide. Pur non essendo ideale o indefinito, il campo magnetico misurato era talmente piccolo da poter essere confuso nel rumore della misura.

