

ANGOLO DI DEVIAZIONE MINIMA

Obbiettivi:

- Misura dell'indice di rifrazione di un prisma a base triangolare equilatero.
- Stima dei parametri A e B dell'equazione di Cauchy troncata al secondo ordine per il suddetto prisma (FACOLTATIVO).

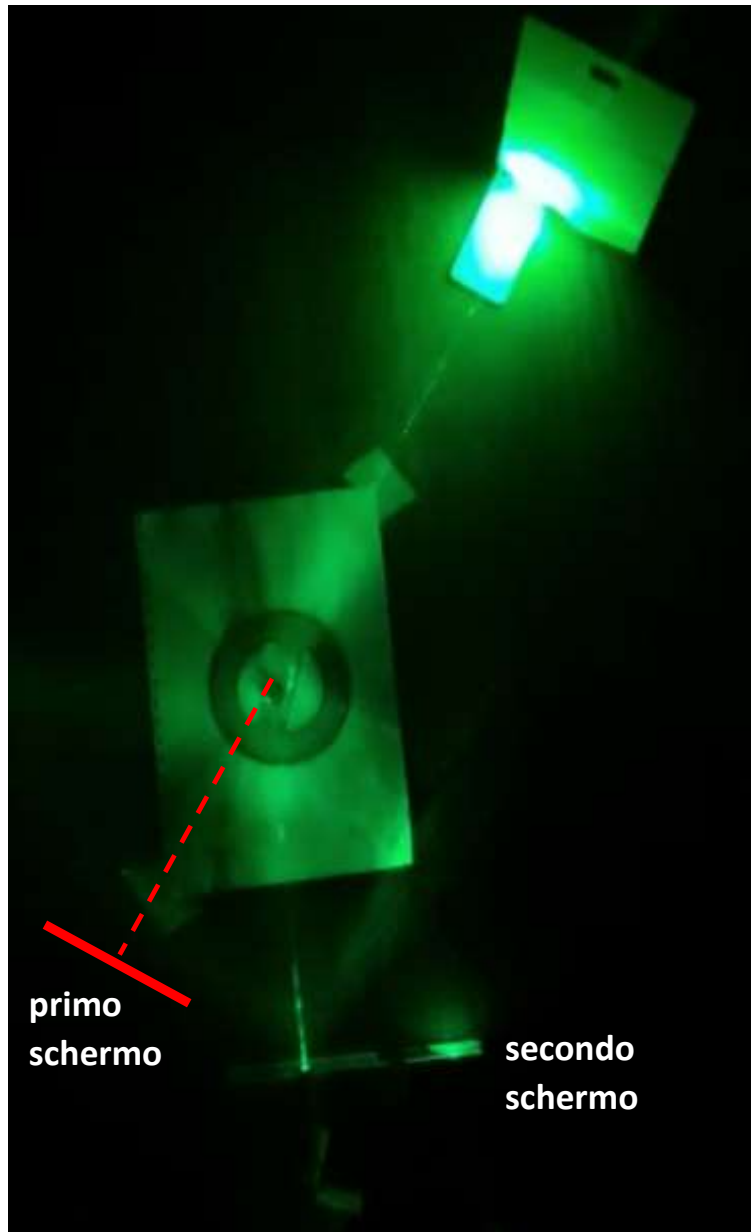
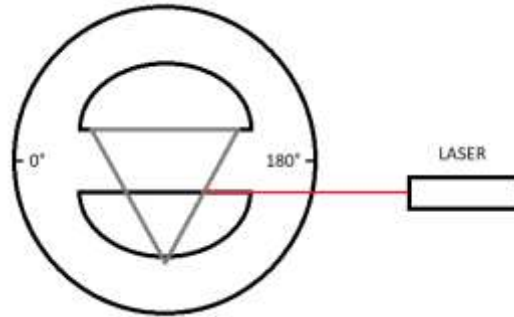
Materiale:

- Prisma a base triangolare equilatero (o isoscele);
- Carta millimetrata e non;
- Uno o più laser di lunghezza d'onda differente e nota, con relativo alimentatore;
- Goniometro;
- Squadra e riga;
- Bolla;
- Supporti (scatole di cartone, fermalibri) per il posizionamento del laser e da utilizzare come schermi per intercettare il fascio laser.

Procedimento:

- 1) **Costruzione dell'apparato sperimentale:** Appoggiate il goniometro su un foglio fissato su una superficie orizzontale (verificate le condizioni con una bolla). Con una matita tracciate il perimetro circolare del goniometro sul foglio e segnate su quest'ultimo con una tacca la posizione 0° del goniometro. Posizionate il laser su un supporto fisso in modo che il fascio emesso si propaghi in direzione parallela alla congiungente 0° - 180° del goniometro. Con l'aiuto di uno schermo posto perpendicolarmente al fascio verificate con accuratezza la propagazione in direzione orizzontale del fascio laser, ad esempio usando una squadra tenuta in verticale: segnate sul lato verticale della squadra l'altezza del fascio laser rispetto alla superficie piana e controllatene tale altezza seguendo il fascio fino allo schermo, qualora il fascio tenda a perdere o acquistare quota agite sul supporto in modo tale da mettere in bolla il fascio laser (si può semplicemente infilare qualche foglio al di sotto della scatola per livellarla). Si sfrutti la linea 0° - 180° del goniometro (eventualmente tracciarla con una matita sul foglio) come riferimento visivo per l'allineamento del fascio. Segnare sullo schermo il punto luminoso del laser: poiché il laser non sarà più spostato questo permetterà di definire in ogni istante dell'esperimento la direzione del fascio laser.

A questo punto posizionate il prisma sul goniometro, prestando attenzione a tenere il lato di base parallelo alla congiungente 0° - 180° come illustrato in [figura 1](#) e posizionate un secondo schermo in modo da intercettare il fascio rifratto dal prisma. Dato che l'angolo di deviazione minima cambia per ogni materiale e lunghezza d'onda la posizione di questo schermo non è definibile a priori. Come indicazione utile per iniziare posizionate a circa 50° dal fascio incidente. Dalla posizione di zero del sistema "goniometro + prisma" così definita, è possibile ruotare il goniometro attorno al suo centro mantenendo rigidamente fissato su di esso il prisma: il riferimento di zero preliminarmente segnato sul foglio permette di leggere sul goniometro l'angolo corrispondente alla rotazione effettuata. Per essere certi di mantenere fisso l'asse di rotazione sarà sufficiente che, durante la rotazione, il goniometro si mantenga rigorosamente entro la circonferenza preliminarmente disegnata sul foglio.



- 2) **Misura dell'indice di rifrazione:** Per ricavare l'indice di rifrazione del prisma bisogna sfruttare la legge di Snell all'interfaccia aria-prisma e prisma-aria. In questo tutorial approssimeremo l'indice di rifrazione dell'aria all'unità e sfrutteremo la condizione di deviazione minima. In questa particolare configurazione, rappresentata in [figura 3](#), l'indice di rifrazione può essere calcolato a partire unicamente dall'angolo di deviazione totale δ_{\min} e dall'angolo che separa le due interfacce ($\alpha = 60^\circ$

nel caso di prisma equilatero). L'equazione sottostante deriva dalla legge di Snell ed è valida solo nella condizione di deviazione minima.

$$n(\lambda) = \frac{\sin \frac{\delta_{min}(\lambda) + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

Per portarsi in condizione di deviazione minima ruotate il prisma a partire dalla posizione iniziale e osservate lo spostamento del punto luminoso del laser sullo schermo. Inizialmente lo vedrete muoversi in una certa direzione, poi, continuando a ruotare il prisma **sempre nello stesso verso**, ad un certo punto vedrete il punto luminoso fermarsi e invertire la direzione di moto. La posizione del prisma per cui si ha l'inversione del moto del punto luminoso corrisponde alla condizione di deviazione minima. Individuare con cura questa posizione. Nel nostro apparato, l'angolo che si legge sul goniometro in questa configurazione corrisponde alla metà di δ_{min} . In condizione di deviazione minima, infatti, il punto luminoso del fascio rifratto raggiunge la minima distanza dal punto che contrassegna il prolungamento del fascio incidente sul primo schermo. La direzione di quest'ultimo fascio ed il fascio rifratto formano un angolo (angolo di deviazione) che in questa configurazione è minimo.

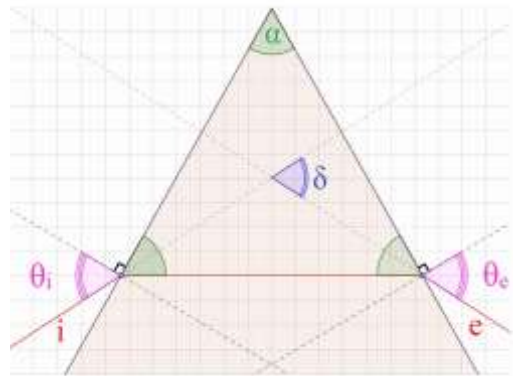


Figura 3 Condizione di deviazione minima

- 3) **Stima dei parametri di Cauchy:** L'indice di rifrazione dipende dalla lunghezza d'onda del laser utilizzato e segue l'andamento descritto dall'equazione empirica di Cauchy:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

Dove A e B sono due costanti che dipendono dal mezzo attraversato dalla luce e possono essere determinate ripetendo l'operazione al **punto 2** con almeno 2 laser di diversa lunghezza d'onda λ_1 e λ_2 :

$$\left\{ \begin{aligned} A &= n(\lambda_1) + \frac{\lambda_2^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} (n(\lambda_2) - n(\lambda_1)) \\ B &= \frac{\lambda_1^2 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} (n(\lambda_2) - n(\lambda_1)) \end{aligned} \right.$$

Nel caso si abbiano a disposizione 3 o più laser si può ricavare A e B tramite regressione lineare del grafico:

$$(y, x) = \left(n, \frac{1}{\lambda^2} \right)$$

Per ricavare i vari indici di rifrazione non si deve far altro che ripetere le operazioni svolte al **punto 2** cambiando di volta in volta il laser e avendo cura di riposizionare il goniometro sullo zero.

Suggerimenti per il controllo della misura e approfondimenti:

- È buona abitudine valutare criticamente il metodo sperimentale usato per ottenere una particolare misura quando si deve quantificare la sua incertezza. Una stima sull'errore associata alla misura di δ_{min} deve quindi tenere conto non tanto dell'incertezza del goniometro quanto del gioco che esiste tra il movimento del prisma e il movimento del punto sullo schermo. Provate a stimare quanto incide

l'errore sulla valutazione del movimento del punto luminoso sullo schermo sulla misura dell'indice di rifrazione.

- Basandosi sulla stima dell'errore ricavata al punto precedente individuate quale deve essere lo scarto in lunghezza d'onda tra i due laser utilizzati in modo tale da osservare una variazione in angolo significativa per ricavare i parametri A e B.
- Allontanare lo schermo dal prisma potrebbe rendere più sensibile l'apparato, provate a raddoppiare la distanza dello schermo dal prisma e controllate di quanto si riduce il gioco sulla rotazione del goniometro.
- Discutete criticamente il posizionamento iniziale del laser e prisma rispetto al goniometro: sarebbe più precisa la misura se l'asse verticale del prisma passasse per il centro del goniometro (asse di rotazione) ed il laser incidesse sul prisma lungo la congiungente 0° - 180° ? Spiegate.
- Progettate la misura con una geometria alternativa in cui il prisma è posizionato sul goniometro in modo che la direzione 0° - 180° sia parallela all'altezza del triangolo e perpendicolare alla base. Allineando il fascio laser al diametro 0° - 180° del goniometro nella posizione di zero, l'angolo di rotazione letto sul goniometro corrisponde all'angolo di incidenza ϑ_i di Figura 3. Da semplici considerazioni geometriche ricavate la formula che esprime l'indice di rifrazione in funzione di questo angolo ed effettuare la misura.

Link utili:

- https://en.wikipedia.org/wiki/Minimum_deviation Derivazione della formula per l'indice di rifrazione.
- https://en.wikipedia.org/wiki/Prism_spectrometer Un apparato più complesso ma che sfrutta lo stesso principio utilizzato in questo tutorial può essere utilizzato per misurare le costanti A e B per diverse sostanze liquide inserite in un prisma triangolare equilatero cavo con pareti di spessore trascurabile.

**Organizza in modo originale il tuo esperimento e mandaci il tuo video:
pubblicheremo le idee più originali
buon lavoro!**