

MISURA DEL CAMPO ASSIALE DI UN MAGNETE AL NEODIMIO

GRUPPO 1C

Poletti Leonardo

Tedeschi Jürgen

OBIETTIVI

Gli obiettivi di quest'esperimento sono:

1. Individuare l'**asse magnetico** di dipolo di un magnete.
2. **Progettare e assemblare un apparato sperimentale** che riduca al minimo gli errori commessi nelle misure e che garantisca il rispetto delle ipotesi da noi formulate.
3. Misurare il **campo magnetico B_z** lungo l'asse del magnete al variare della distanza assiale z .
4. Calcolare il **momento magnetico di dipolo \vec{m}** del magnete.

ANALISI STATISTICA

Abbiamo fatto sì che:

- gli **errori sistematici** fossero ridotti al minimo;
- gli **errori casuali** fossero piccoli e indipendenti.

Sotto queste condizioni, abbiamo potuto assumere che gli errori eventualmente commessi obbedissero a una **Distribuzione Gaussiana** e che potessimo dunque:

- ricorrere a **Regressioni**;
- eseguire la **Propagazione delle Incertezze** con la **somma in quadratura** e secondo il metodo delle **derivate parziali**.

STRUMENTAZIONE

- Calibro ventesimale (sensibilità 0.05 mm);
- Carta da stampa;
- Carta millimetrata;
- Gaussmetro;
- Magnete al neodimio;
- Nastro adesivo;
- Set di Lego.

1. L'ASSE MAGNETICO

Prima di procedere con qualsiasi misura, era necessario individuare l'asse magnetico di dipolo del nostro magnete al neodimio.

Considerata la sua forma cilindrica e la buona fabbricazione, le aspettative erano che l'**asse magnetico** di dipolo e l'**asse geometrico** del cilindro **coincidessero**, ma questo non poteva esser assunto come ipotesi a priori, bensì doveva esser accertato sperimentalmente.

1. RICERCA DEI POLI

In primo luogo, abbiamo cercato il **polo nord N** del nostro magnete con una **bussola**.

Ricordando che in una bussola il **nord geografico punta** verso un **polo sud magnetico**, abbiamo **riconosciuto** i due poli del nostro magnete e li abbiamo contrassegnati con due **etichette**.

Per maggior sicurezza, abbiamo usato anche il Gaussmetro a tale scopo.

Poiché questo strumento restituisce **come positivo** il **campo entrante** perpendicolarmente alla faccia piana del puntale, esso riporta una **lettura positiva** vicino a un **polo nord** e una **lettura negativa** vicino a un **polo sud**.

In questo modo, abbiamo verificato col Gaussmetro la correttezza dei nostri contrassegni.



(Il polo sud del nostro magnete.)

2. RICERCA DEL CENTRO

In secondo luogo, abbiamo cercato (sempre con una bussola) il **punto** della faccia nord del magnete per cui passava l'asse magnetico.

Per mera semplicità, chiameremo questo punto "**centro**".

La bussola in questione aveva un quadrante circolare su cui sporgeva un aghetto magnetico libero di ruotare anche in su e in giù (per chiarezza, chiameremo questo angolo "*angolo di abbattimento*" in analogia alle coordinate polari sferiche).

Abbiamo:

1. ricoperto la faccia N del magnete di **nastro adesivo** per renderla scrivibile;
2. fissato il magnete **su un fianco** sopra al banco di lavoro col nastro adesivo per evitare ogni possibile movimento;
3. appoggiato la **bussola** al magnete rialzandola con dei fogli di carta affinché l'angolo di abbattimento non fosse talmente ampio da indurre strisciamento¹;
4. **segnato a matita** sulla faccia del magnete un punto dell'intersezione tra la superficie del magnete e il piano verticale descritto dall'aghetto magnetico;
5. ripetuto una seconda volta (variando l'altezza della bussola) per ottenere così **due punti** distinti e tanto più lontani quanto più permesso dall'accortezza sullo strisciamento;
6. tracciato la **retta congiungente** su tutta la faccia del magnete;
7. ripetuto l'intera procedura più volte per descrivere un **fascio di rette** passanti circa per il medesimo punto (vedi immagine sottostante);



8. segnato come "**centro**" il baricentro dei vari punti d'intersezione fra le rette.

Questa verifica ci ha permesso di concludere che il "**centro**" coincidesse col **centro geometrico** della faccia nord con ottima approssimazione.

¹ Se l'angolo di abbattimento è eccessivo, l'aghetto magnetico entra in contatto col quadrante circolare e l'**attrito radente** compromette l'indicazione esatta del polo nord se lo spostamento della bussola non è abbastanza vigoroso.

Impedendo qualunque strisciamento, si **esclude** una **fonte di errore**.

3. RICERCA DELL'ASSE MAGNETICO

In terzo luogo, per assicurarci che l'asse magnetico coincidesse con l'asse geometrico del cilindro, abbiamo:

1. **fissato il magnete** su un fianco sopra al banco di lavoro col nastro adesivo per evitare ogni possibile movimento;
2. appoggiato la bussola al magnete **rialzandola** con dei fogli di carta affinché l'aghetto magnetico fosse **orizzontale** e **allineato all'asse geometrico** del cilindro;
3. **mosso la bussola** avanti e indietro (a **distanze relativamente piccole**) lungo l'asse geometrico del cilindro controllando se l'**aghetto magnetico** della bussola **restasse** sempre:
 - a. **orizzontale**²;
 - b. **allineato** all'asse geometrico³.

Grazie al **punto a**, abbiamo scoperto che l'asse magnetico dovesse giacere su un **piano orizzontale** poiché l'aghetto restava sempre orizzontale.

Grazie al **punto b**, abbiamo invece scoperto che l'asse magnetico dovesse giacere su un **piano verticale e passante per l'asse geometrico** poiché l'aghetto restava sempre allineato a esso.

Dall'intersezione dei due piani nello spazio abbiamo individuato l'asse magnetico e concluso che **l'asse magnetico** e **l'asse geometrico** del cilindro **coincidano**.

² A distanza relativamente grande, il campo magnetico del magnete diventa trascurabile e il campo gravitazione terrestre prevale raddrizzando l'aghetto.

³ A distanza relativamente grande, il campo magnetico terrestre diventa significativo e perturba la bussola.

2. L'APPARATO SPERIMENTALE

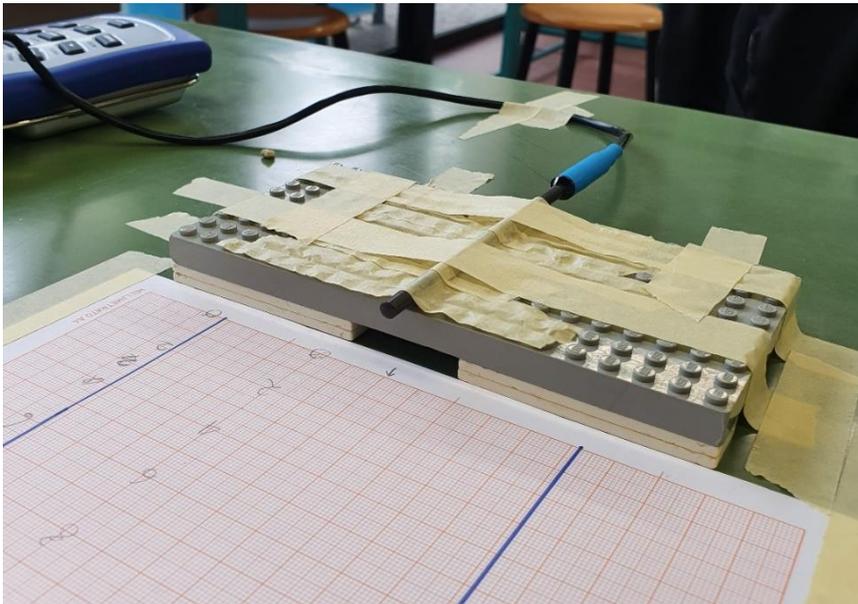
In primo luogo, per misurare il campo magnetico assiale B_z , abbiamo deciso che avremmo mantenuto **fermo** il **Gaussmetro** e mosso invece il magnete di misura in misura.

Partendo dal presupposto che l'asse z del magnete e la faccia piana del puntale del Gaussmetro debbano essere perpendicolari per garantire una corretta misura, le ragioni dietro quella scelta sono due:

1. per **mera comodità**, poiché è più facile conservare l'assetto ottimale muovendo il magnete invece che lo strumento di misura;
2. per **ridurre gli errori casuali**, poiché il campo magnetico locale varia apprezzabilmente nello spazio.

Quest'ultima ragione diviene certamente trascurabile quando si misurano campi intensi rispetto a quello locale (ossia quando il magnete è vicino al Gaussmetro), ma diventa significativa per le misure a distanza relativamente elevata.

In secondo luogo, conoscendo l'altezza dell'asse del magnete, abbiamo costruito coi **Legó** un **supporto per il Gaussmetro** affinché il centro della faccia piana del puntale fosse all'altezza opportuna.

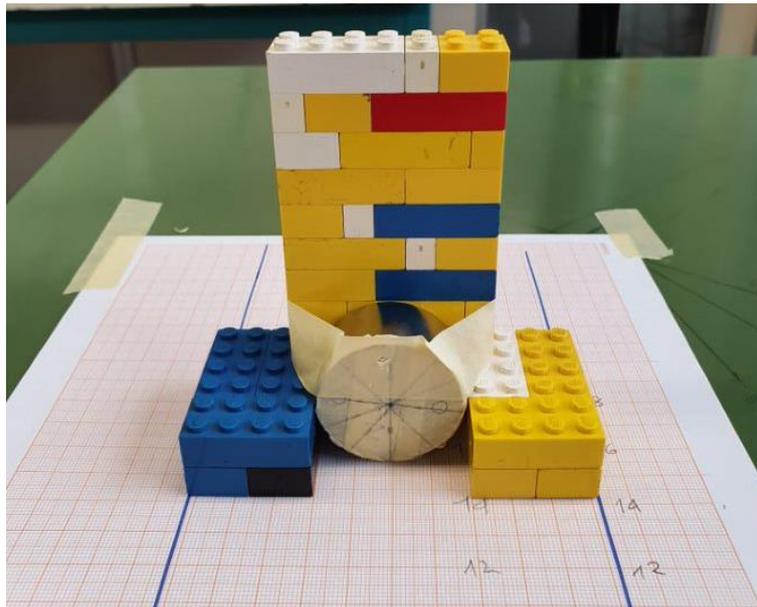


Come mostrato in figura, abbiamo **fissato** la carta millimetrata e il supporto (fra loro tangenti) al tavolo con l'uso di **nastro adesivo** per **evitare ogni possibile movimento**.

Abbiamo inoltre avuto l'accortezza di porre la **faccia piana** del puntale del Gaussmetro sul piano verticale ($z = 0$) corrispondente all'inizio della millimetratura e di allineare la **bacchetta** lungo una **riga principale** della carta.

Infine, posto il magnete a grande distanza, abbiamo effettuato la **tara** dello strumento per **azzerare il contributo del campo locale** (che abbiamo quindi trattato come un *offset*).

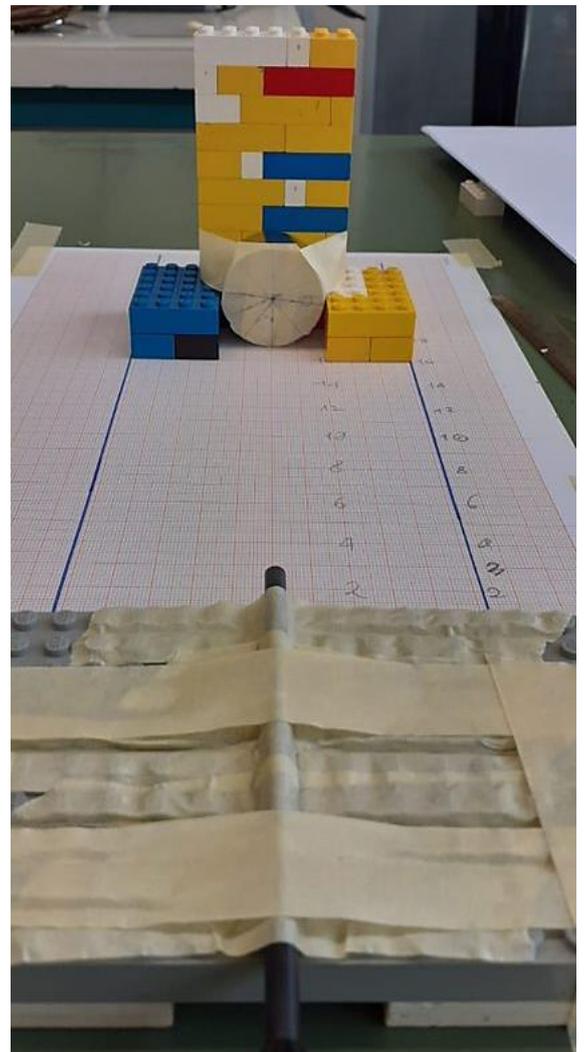
Per massimizzare il controllo sui movimenti del magnete, abbiamo costruito coi Lego un **supporto per il magnete** come mostrato in figura:



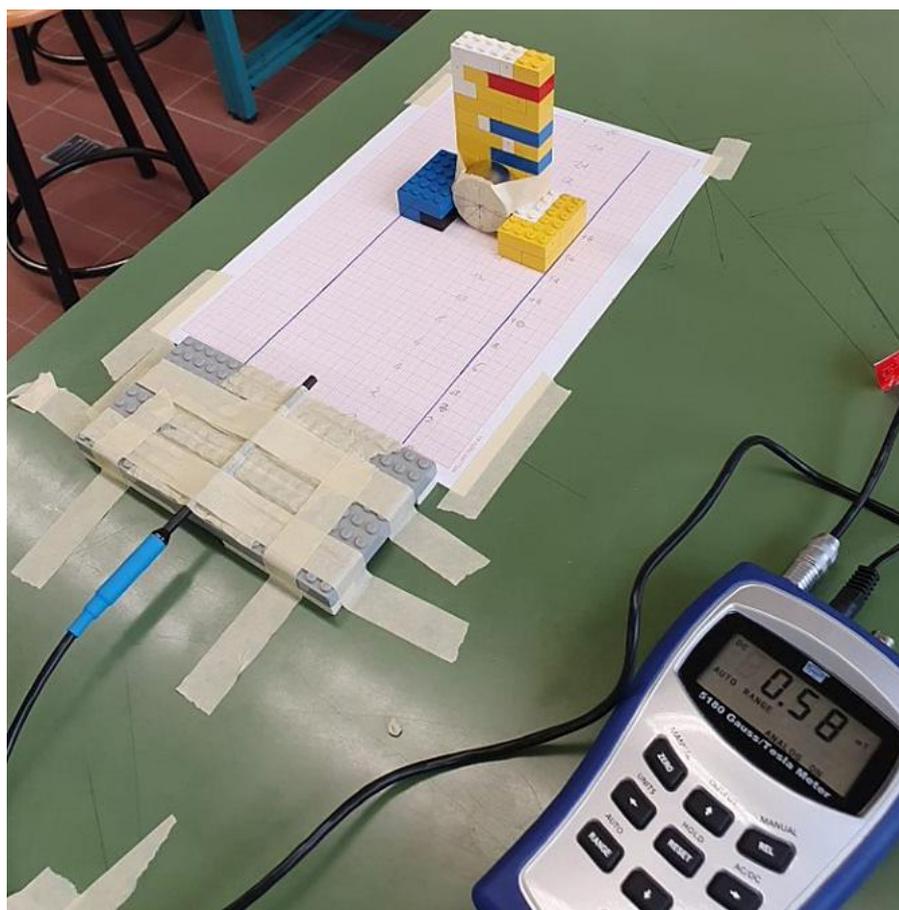
Tale supporto ha consentito di:

- **limitare** al minimo i **movimenti del magnete** (fissato infatti col nastro adesivo);
- avere le **linee blu** (tangenti ai rettangoli di base del supporto) come **riferimento per gli spostamenti** per accertarsi che il sistema si muovesse **sempre lungo l'asse del Gaussmetro**.

Ovviamente, prima di tracciare le linee blu, avevamo disposto il supporto in modo che l'asse magnetico e l'asse del Gaussmetro coincidessero.



Nel complesso, ecco dunque l'apparato sperimentale da noi assemblato:



3. IL CAMPO MAGNETICO B_z

Disponendo ora di tutti i mezzi necessari, l'obiettivo è trovare una funzione che legghi il campo B_z alla **distanza assiale z** dal **centro del dipolo**.

La carta millimetrata ci permetterà di misurare la **distanza relativa z'** tra la superficie del magnete e la faccia piana del Gaussmetro.

Un calibro ventesimale ci permetterà di misurare l'**altezza H** del magnete.

In questo modo, potremo trovare infine la **distanza assiale z** dal **centro del dipolo**:

$$z = z' + \frac{H}{2}$$

PROCEDIMENTO

Abbiamo:

1. Allestito l'**apparato sperimentale** come descritto nella sezione precedente.
2. Misurato l'**intensità del campo magnetico B_z** al variare della **distanza relativa z'** .
3. Misurato le **dimensioni del magnete** con un calibro ventesimale⁴.

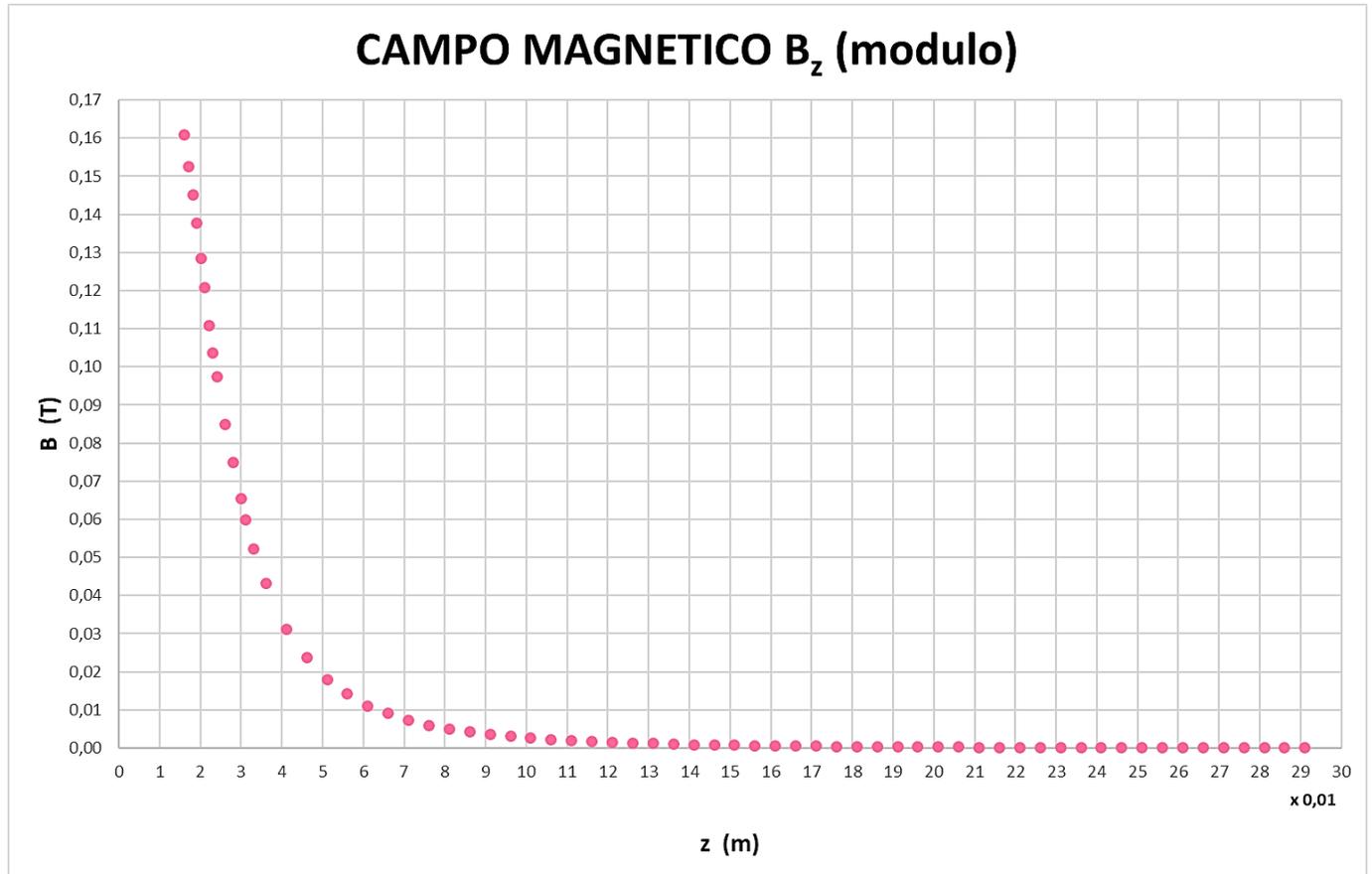
⁴ Avvisiamo che misurare le dimensioni di un magnete al neodimio con un calibro d'acciaio non sia affatto banale vista la forte attrazione magnetica in gioco.

DATI

L'altezza H del magnete vale:

$$H = 2.20 \pm 0.05 \text{ cm}$$

Il seguente grafico riporta i dati da noi raccolti:

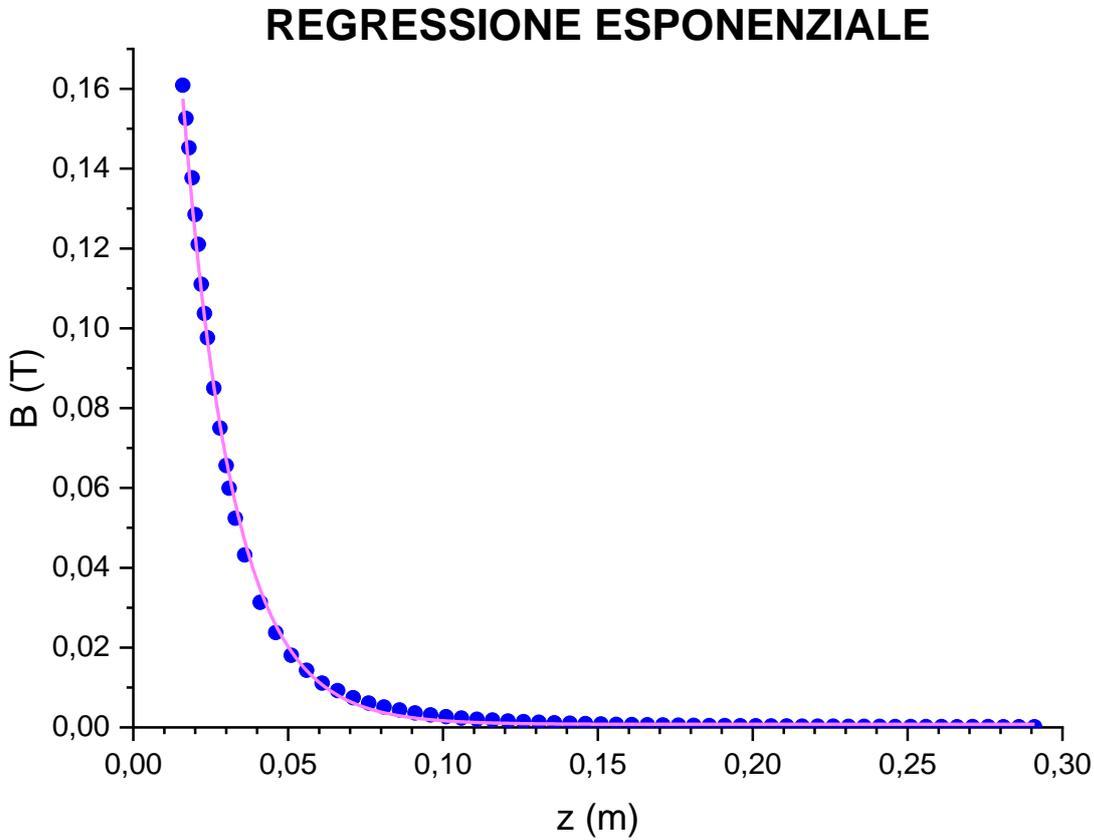


Notiamo che, come prevedibile:

- In **prossimità del magnete**, all'aumentare della distanza si registra una **brusca diminuzione** del campo magnetico.
- A **distanze relativamente grandi**, $B_z \rightarrow 0$.

CALCOLI

Mediante un **fitting esponenziale** possiamo trovare la curva che meglio interpola i punti del grafico da noi ottenuti, dunque una legge che descriva l'andamento del campo B_z in funzione della distanza z dal centro magnete sull'asse.



La **Curva di Regressione** è nella forma:

$$B_z(z) = a + be^{cx}$$

Dal data fitting si ottengono i seguenti parametri:

a	b	c
$7.7 \pm 1.1 \cdot 10^{-4} \text{ T}$	$0.419 \pm 0.011 \text{ T}$	$-61.4 \pm 0.9 \text{ m}^{-1}$

Abbiamo scelto tale curva poiché, tra i vari fitting esponenziali da noi effettuati, era quello che minimizzava il χ^2 ridotto.

4. IL MOMENTO MAGNETICO m

Il campo generato da un **dipolo magnetico** allineato lungo l'asse z e a grande distanza dal suo centro vale:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} [3(\hat{r} \cdot \hat{m})\hat{r} - \hat{m}]$$

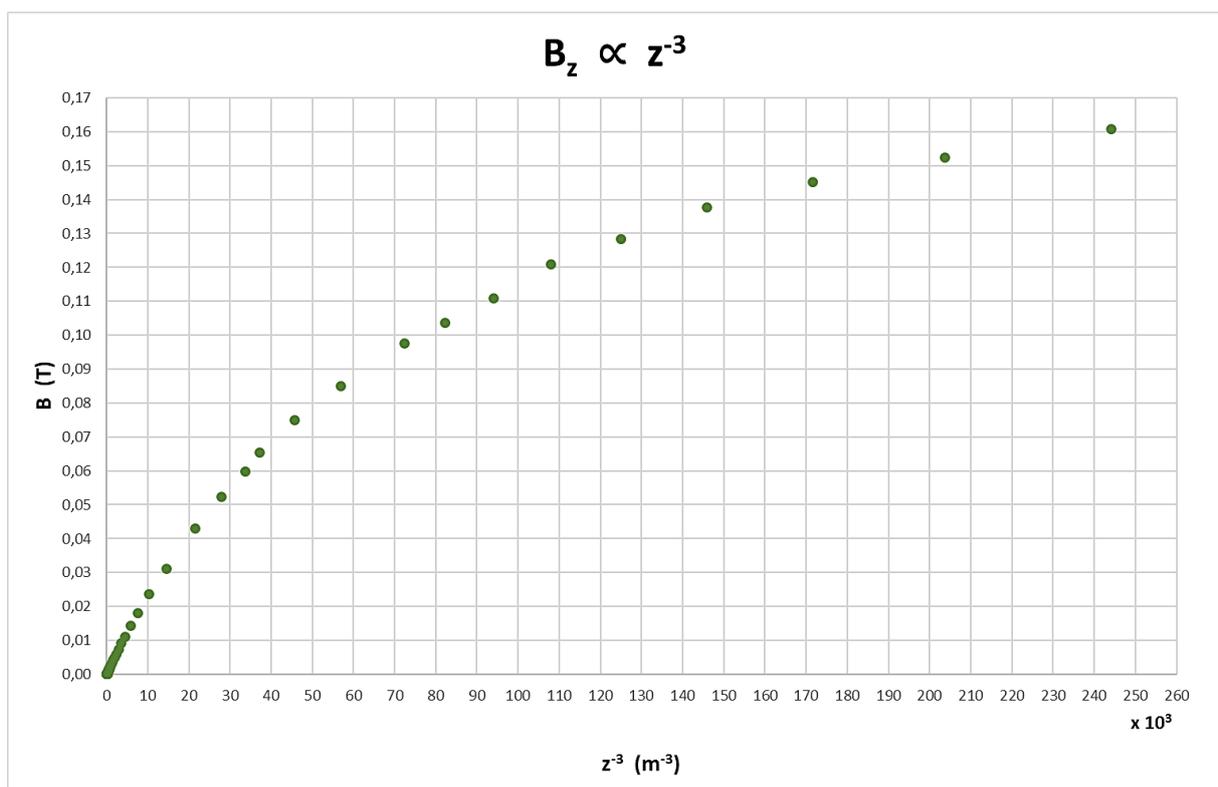
Dove \vec{m} è il **momento magnetico del dipolo**.

Limitandoci ai punti dell'asse z ($\hat{r} \equiv \hat{z}$), possiamo allora usare il modello del dipolo per ricavare il momento magnetico m del nostro magnete:

$$B_z = \frac{\mu_0 m}{2\pi} \frac{1}{z^3}$$

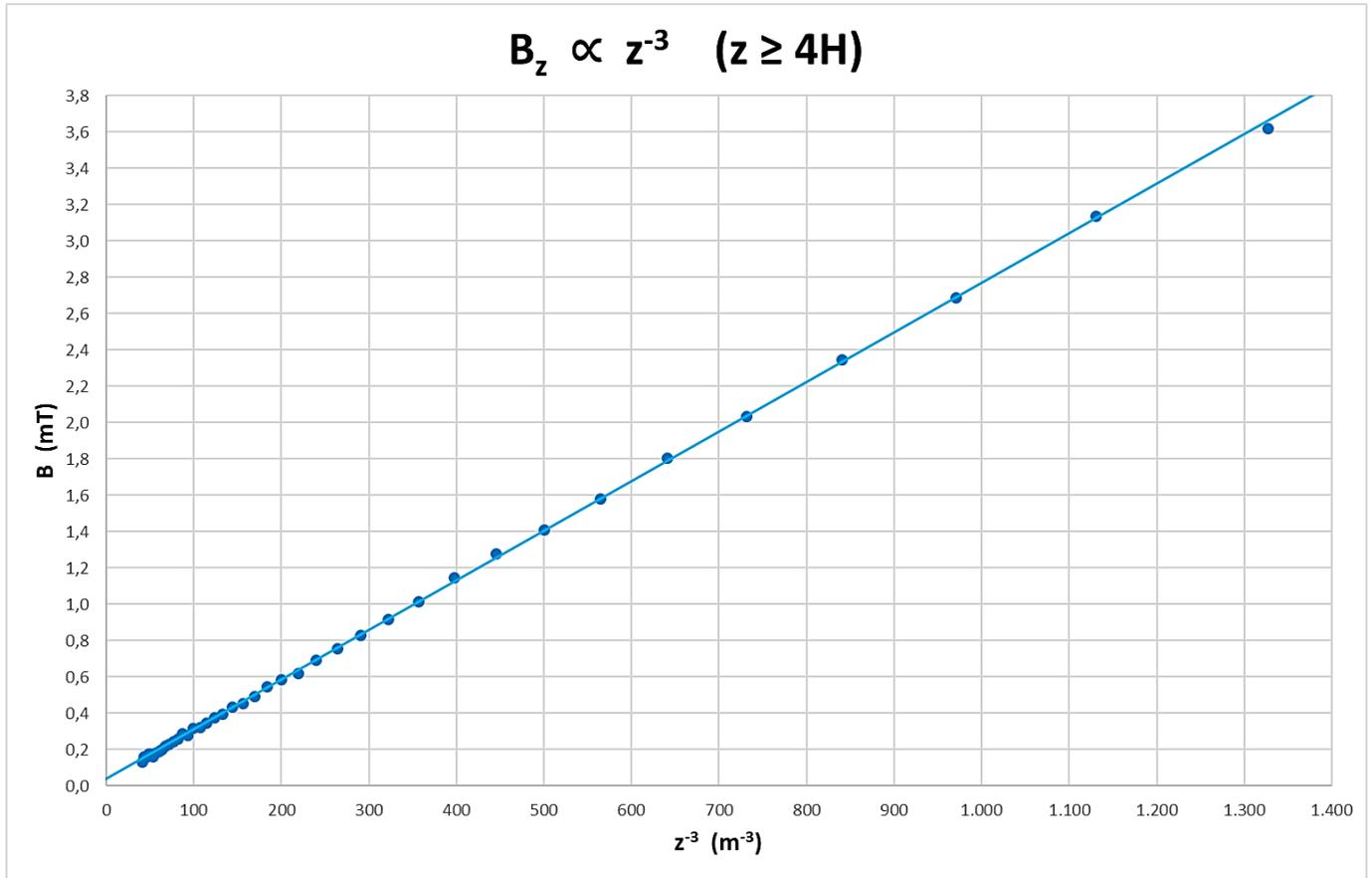
$$Y = mX + q$$

Il seguente grafico riporta i valori del **campo magnetico** $B_z(z^{-3})$:



L'andamento **devia** dalla **linearità** per alti valori di z^{-3} , ossia nelle **vicinanze del magnete**.

Assumiamo allora l'ipotesi di **grande distanza** dal magnete e scegliamo di considerare i punti per $z \geq 4H$, osservando per tale scelta un andamento perfettamente lineare:



Per **Regressione Lineare**:

m	q
$2.732 \pm 0.006 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{A} \cdot \text{m}$	$3.8 \pm 0.3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

Da cui:

$$\vec{m} = (13.66 \pm 0.03 \text{ A} \cdot \text{m}^2)\hat{z}$$

APPENDICE: PROPAGAZIONE DELLE INCERTEZZE

Qui riportiamo le formule con cui abbiamo eseguito la Propagazione delle Incertezze:

FORMULA	STIMA DELL'INCERTEZZA ASSOLUTA
$z = z' + \frac{H}{2}$	$\delta z = \sqrt{(\delta z')^2 + \left(\frac{\delta H}{2}\right)^2}$
$m = \frac{2\pi}{\mu_0} m$	$\delta m = \frac{2\pi}{\mu_0} \delta m$

Le incertezze dei valori ottenuti per **Regressione** sono state stimate dal calcolatore con le formule rispettive.