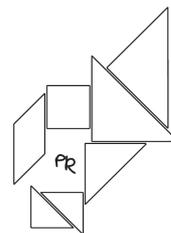




COPPA HILBERT UNDER 15

SECONDA EDIZIONE

Parma – 2 dicembre 2009



Istruzioni Generali

- * Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero **intero**, compreso tra **0000** e **9999**.
- * Se la quantità richiesta è un numero non intero (cioè se è un numero con la virgola, tipo 118,73) va indicata la sua parte intera (cioè si toglie la parte dopo la virgola prima di rispondere; nell'esempio si dovrebbe rispondere **0118**).
- * Se la quantità richiesta è un numero negativo, si indichi **0000**.
- * Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, si indichi **9999**.
- * Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416.$$

Scadenze importanti

- * **20 minuti dall'inizio:** termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà assegnato d'ufficio il primo problema della lista).
- * **60 minuti dall'inizio:** termine ultimo per fare domande sul testo.
- * **120 minuti dall'inizio:** termine della gara.

1. Una superiorità schiacciante

Molti anni or sono il mondo fu sotto il controllo di un governo corrotto, e bande di indomiti pirati imperversarono per i Quattro Mari per contrastarne il dominio. Un giorno la flotta della Marina e quella dei pirati si affrontano in una colossale battaglia. In tutto le navi coinvolte furono 2009, ma quelle della marina erano 1001 in più di quelle dei pirati, che nonostante l'inferiorità numerica, vinsero la battaglia grazie al coraggio e al valore dei loro uomini. Da quante navi era composta la flotta dei pirati?



2. La vela della nave

La vela maestra della Thousand Sunny, la nave della ciurma del pirata Rubber Cappello di Paglia, è un triangolo ABC con i lati AB e AC che misurano 13 e 15 metri. L'altezza relativa alla base BC misura 12 m. Quanti centimetri misura la base BC?

3. La somma degli anni

Rubber, Nami, Zoro e Chopper compiono gli anni tutti lo stesso giorno, il 2 gennaio, ma sono tutti nati in anni diversi e nessuno è nato in un anno bisestile: se oggi (anche nella nostra storia, è il 2 dicembre 2009) sommiamo tutte le loro età e tutti i loro anni di nascita, che risultato otteniamo?



4. La traversata del deserto

Zoro e Asop devono attraversare il deserto di Alabasta, lungo 120 km. Percorrono la prima metà del deserto a 10 km all'ora, poi Zoro si scoccia per la lentezza di Asop, se lo carica in spalla, e percorre la seconda metà correndo a 15 km all'ora. Quale velocità media hanno tenuto globalmente sui 120 km? (Esprimere il risultato in metri al minuto.)



5. La mappa di Nami

Quando Nami interrompe il proprio lavoro di cartografa sulla grande mappa quadrata del Mare Orientale, la ripone ordinatamente, piegandola prima a metà in orizzontale, poi a metà in verticale, poi di nuovo a metà in orizzontale e di nuovo a metà in verticale. Alla fine di queste operazioni, la mappa è ridotta a un quadrato di 24 cm di lato. Quando la mappa è aperta, qual è la lunghezza totale delle pieghe (in centimetri)?



6. Una frode rivelata

Asop ha avuto l'incarico di preparare l'urna per sorteggiare lo sfortunato che resterà a bordo della nave invece di andare in città a divertirsi. Ha dichiarato alla ciurma di avere messo nell'urna 4018 biglietti con i nomi di tutti i 2009 membri dell'equipaggio: esattamente 2 biglietti per ogni nome. Però, pur mantenendo la promessa, alla fine ha barato come al solito: per ognuno dei suoi 2008 compagni, ha messo ben 5 biglietti con il loro nome, ma ne ha messi solo 2 con il proprio nome. Quanti biglietti deve pescare Nami dall'urna per essere sicura di trovarne almeno 3 uguali, svelando così che Asop ha mentito?



7. L'arrivo di Franky

Nella ciurma di Rubber, oltre a lui stesso, ci sono Zoro, Nami, Asop, Sanji, Chopper e Robin, e l'età media è di 19 anni. Quando Franky il carpentiere si aggiunge alla ciurma, l'età media diventa di 21 anni. Quanti anni ha Franky?



8. La distanza del tesoro

Non esiste mappa del leggendario tesoro One Piece, tuttavia Robin l'archeologa è riuscita a decifrare un'iscrizione contenente un indizio segreto: per trovare il tesoro bisogna navigare nel Grande Blu per un numero di miglia pari alla somma di tutti i divisori interi positivi di 1024, compresi 1 e 1024. Quante miglia sono?



9. Non tirate le scarpe al re

Tutti i 2120 abitanti del regno di Alabasta si sono recati a palazzo reale per festeggiare la principessa Bibi in occasione del suo compleanno. Coloro che avevano le scarpe hanno dovuto lasciarle alle guardie, all'ingresso del palazzo, perché la legge vieta di portarle al cospetto dei reali. Il 5% della popolazione, nella fretta di arrivare presto per mettersi nei posti migliori, si è presentata alle guardie indossando una sola scarpa, mentre esattamente la metà degli altri sono usciti di casa già scalzi. Quante scarpe hanno raccolto le guardie?



10. La lotteria di Alabasta

A Sanji è venuta la mania delle lotterie. Oggi partecipa all'estrazione del Lotto di Alabasta (i numeri estratti vanno da 1 a 100) e ha scommesso sui numeri 16, 18 e 28 (le età di Bibi, di Nami e di Robin). La principessa Bibi, cui spetta l'estrazione dei numeri dall'urna, in un impulso di tenerezza decide di farlo vincere, ma non troppo, quindi farà in modo di estrarre 2 numeri dei 3 giocati da Sanji, più un terzo numero tra quelli non giocati. In quanti modi diversi può scegliere i numeri da estrarre? (Per contare questi modi, non si tenga conto dell'ordine in cui vengono estratti.)



11. Un dolce elaborato

Sanji si sta cimentando con la ricetta della torta dei Quattro Mari, un nuovo piatto elaboratissimo, e vuole padroneggiarla al punto di saperla realizzare nel minor tempo possibile. All'inizio impiega 2 ore esatte per completare la ricetta. Per calare questo tempo a 1:59 deve preparare la ricetta 10 volte. Per calare il tempo da 1:59 a 1:58 deve realizzarla altre 11 volte; per calare da 1:58 a 1:57, servono ulteriori 12 tentativi, e così via. In tutto, per quante volte dovrà preparare la torta per scendere dalle iniziali 2 ore ad un tempo di 1 ora e 30 minuti?



12. Un posto per Brook

La ciurma della nave pirata di Rubber ha deciso di assumere un musicista. Si presentano in totale 150 aspiranti. Tra questi:

- ★ quelli che non sanno suonare uno strumento e non sono nemmeno dei pirati ricercati sono il 4% del totale;
- ★ il 60% di quelli che sanno suonare uno strumento sono pirati ricercati;
- ★ il 30% di quelli che sono pirati ricercati sanno suonare uno strumento.



Quanti aspiranti sanno suonare uno strumento e sono dei pirati ricercati? (Alla fine comunque vincerà Brook, mettendo in fuga tutti gli altri.)

13. Un'impresa disperata

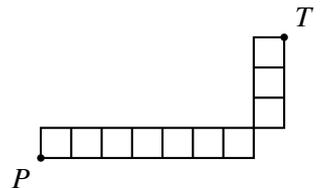
Nami, che è furiosa per la colossale ignoranza in matematica di Rubber, gli ha lasciato un esercizio di aritmetica. Minacciato dalla temibile navigatrice, il pirata deve scrivere in cima ad un foglio il numero 2009. Subito sotto deve scrivere il suo doppio, 4018; sotto ancora deve scrivere il doppio di quest'ultimo numero, e così via, fino ad avere scritto uno sotto l'altro 100 numeri. A questo punto deve sommare le ultime cifre di tutti questi numeri. Qual è il risultato?

**14. L'area dello scontro**

Nami è alle prese con la mappa dell'arcipelago dove è cresciuta. Le due isole principali sono il Villaggio di Coco (punto A sulla mappa) e la base del malvagio Arlong e dei suoi pirati (punto B sulla mappa), che distano, sulla mappa, 2 dm. Nami punta il compasso in A con raggio AB e traccia la circonferenza; poi punta in B con raggio BA e traccia una seconda circonferenza. Le due circonferenze si intersecano nei punti C e D, dove si trovano la nave di Rubber e quella di Arlong. La battaglia avverrà certamente in un punto del quadrilatero ACBD, ma non si sa quale. Quanti centimetri quadrati misura l'area del quadrilatero (sulla mappa)?

15. La via per la torre

Rubber, che si trova alle porte della città (P) deve correre a salvare Nami, prigioniera nella torre (T), percorrendo i vicoli della città di Alubarna (la mappa è in figura). Rubber vuole fare in fretta, quindi sceglierà uno dei percorsi più brevi, che non gli faranno perdere tempo. È chiaro che il percorso minimo per arrivare alla torre è di 12 stradine, ma non ce n'è uno solo: quanti sono in totale i diversi percorsi di questa lunghezza che Rubber può scegliere?

**16. La serra dei mandarini**

Dopo aver sconfitto Arlong, la ciurma di Rubber approda al villaggio di Coco, dove Nami può rivedere la propria casa e soprattutto i suoi amati mandarini. La serra dove sono coltivate queste piante è un rettangolo lungo e stretto. Otto sentieri paralleli al lato corto, la dividono in 9 aiuole rettangolari uguali. Se le aiuole hanno le stesse proporzioni dell'intera serra e se il lato lungo di quest'ultima misura 2970 cm, quanti centimetri misura il suo lato corto?

**17. Il quadrato di carte**

Anche Zoro dopo la battaglia ama rilassarsi, e lo fa con un vecchio gioco di carte del suo villaggio. Le carte sono rettangoli da 45×70 mm e il gioco prevede di comporre varie figure disponendole sul tavolo. Oggi ha composto un quadrato pieno perfetto, facendo in modo che le carte non si sovrappongano, ma non lascino neanche spazi vuoti tra l'una e l'altra. Quante carte deve aver usato come minimo?



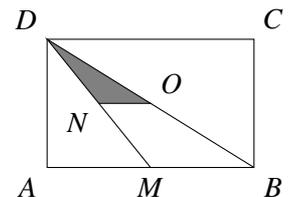
18. Il naso di Arlong

Dopo la fine della dura battaglia, Asop sta divertendosi a disegnare una caricatura del perfido Arlong, che è fuggito ed è ancora ricercato dalla Marina. Il naso dell'inquietante uomo-pesce è a forma di sega e nel disegno di Asop è formato da una fila di 21 triangoli uguali e parzialmente sovrapposti. Più dettagliatamente, si tratta di triangoli rettangoli isosceli con i cateti da 7 cm; sono tracciati in modo da avere tutti un cateto su una stessa retta, da stare dalla stessa parte rispetto a questa retta e da avere le ipotenuse tutte parallele tra loro. I triangoli sono messi in modo che, percorrendo la retta, il cateto del secondo triangolo inizia nel punto medio del cateto del primo triangolo, il cateto del terzo triangolo inizia nel punto medio del cateto del secondo triangolo e così via. Quanti centimetri quadrati misura l'area del naso di Arlong nel disegno di Asop?



19. Lo stemma piratesco

Quello a fianco è il simbolo pirata che stava sulla bandiera della nave di Asop, prima che egli si unisse alla ciurma di Rubber. Il rettangolo ABCD ha lati che misurano 160×100 cm. Il punto medio di AB è M; i punti medi di DM e DB sono N e O rispettivamente. Quanti centimetri quadrati misura l'area del triangolo DNO?



20. Un incontro inaspettato

La nave pirata di Rubber viaggia dall'isola Dawn alla volta della base della Marina sull'isola Sheltz a 18 km/h. La goletta della marina del Capitano Morgan va da Sheltz a Dawn lungo la stessa rotta, viaggiando a 12 km/h. Entrambi partono alle 15 in punto. Le due isole distano 85 km: a che ora si incontreranno nell'oceano le due navi? (Indicare la risposta nella forma *hhmm*, ad esempio se si incontrano alle 16:45 scrivere **1645**.)

21. Un tocco di colore

Asop vuole ridipingere la Thousand Sunny in maniera sgargiante. Si è procurato barattoli di 12 colori. I colori possono essere usati puri, oppure si possono mischiare 2 colori diversi, oppure si possono mischiare 3 colori diversi. Ogni combinazione produce una tonalità differente. Quante diverse tonalità può ottenere?

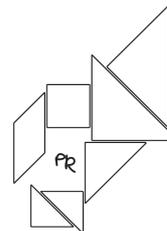




COPPA HILBERT UNDER 15

SECONDA EDIZIONE

Parma – SOLUZIONI – 2 dicembre 2009



Nr.	Problema	Soluzione
1	Una superiorità schiacciante	0504
2	La vela della nave	1400
3	La somma degli anni	8036
4	La traversata del deserto	0200
5	La mappa di Nami	0576
6	Una frode rivelata	4019
7	L'arrivo di Franky	0035
8	La distanza del tesoro	2047
9	Non tirate le scarpe al re	2120
10	La lotteria di Alabasta	0291
11	Un dolce elaborato	0735
12	Un posto per Brook	0036
13	Un'impresa disperata	0505
14	L'area dello scontro	0346
15	La via per la torre	0032
16	La serra dei mandarini	0990
17	Il quadrato di carte	0126
18	Il naso di Arlong	0392
19	Lo stemma piratesco	1000
20	Un incontro inaspettato	1750
21	Un tocco di colore	0298