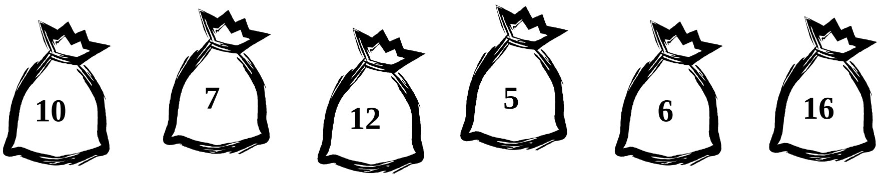
No	**titolo**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**Ar.**	**Alg.**	**Ge.**	**Lo.**	**Orig.**
1.	L’asino di Tobia	3								x				CH-SI
2.	Numero da indovinare	3	4							x				BB
3.	Chi è il più vecchio?	3	4										x	SI
4.	La mucca di Nonna Papera	3	4									x		CI
5	L’età dei fratelli	3	4	5						x			x	FC
6.	Il ciclista		4	5	6					x				BB
7.	Cena di gala		4	5	6					x				SI
8.	Il quadrato di Tommaso			5	6							x	x	BB
9.	Giocatori di golf			5	6					x				TI
10.	Taglia e ritaglia			5	6							x		AO
11.	Le panchine del parco			5	6	7				x				FC
12.	Il tavolo da giardino				6	7				x		x		SI
13.	Storia di cubi					7	8			x		x		LU
14.	L’abete					7	8			x		x		SI
15.	Solidarietà per l’Africa					7	8	9		x	x		x	SI
16.	La maratona di Transalpino					7	8	9	10	x	x		x	SI
17.	La notte della gita					7	8	9	10	x				PR
18.	Orologio digitale						8	9	10			x		FC
19.	Il rettangolo-puzzle						8	9	10			x		FC
20.	Una strana addizione							9	10	x			x	FC
21.	Cubo con «finestre»							9	10			x		SI
22.	Un razzo rapidissimo								10	x				FC

1. L'ASINO DI TOBIA (Cat. 3)

Tobia è andato in paese ed ha acquistato 6 sacchi di provviste. Li vuole trasportare con il suo asino fino alla sua casa sulla cima del monte.

Ecco i sacchi di provviste sui quali è indicato il loro peso in chili.



Tobia vuole sistemare tutti i sacchi nelle due ceste poste sul dorso dell'asino in modo che le due ceste abbiano lo stesso peso.

Come può fare Tobia?

Descrivete tutti i modi in cui Tobia può sistemare i sacchi nelle ceste e spiegate come li avete trovati.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: operazioni; scomposizione di un numero come somma

Analisi del compito

- Comprendere l'enunciato al fine di poterlo matematizzare.
- Rendersi conto che, se le due ceste devono avere lo stesso peso, il peso di ciascuna di esse deve essere la metà di quello totale, cioè (10+7+12+5+6+16): 2 = 28 in kg.
- Cercare di ottenere 28 utilizzando i numeri a disposizione, dopo avere eventualmente notato che i due numeri dispari (7 e 5) devono quindi essere insieme.
- Scoprire così che ci sono due modi di distribuire i sacchi nelle ceste, corrispondenti alle seguenti uguaglianze numeriche: 16+7+5=10+6+12 e 12+16=10+7+5+6 (Per trovare il secondo modo di distribuire i sacchi, bisogna liberarsi della consegna immaginaria "3 sacchi in ciascuna cesta" e pensare che i sacchi possano essere ripartiti in numero diverso (4 e 2) senza influire sul peso delle ceste).

Oppure: procedere per tentativi cercando ogni volta di formare con i numeri dati due addizioni che diano lo stesso risultato.

Risposta : le due possibilità 12+16=10+7+5+6 e 16+7+5=10+6+12 con spiegazione

Livello: 3

Origine: Châteauroux – Siena

2. NUMERO DA INDOVINARE (Cat. 3, 4)

Giacomo pensa un numero. I suoi compagni lo devono indovinare. Per aiutarli egli dà loro le seguenti informazioni :

- è un numero pari;
- il suo doppio è più piccolo di 100;
- è un numero più grande di 33;
- in questo numero compare una sola volta la cifra 4;
- se si scambiano fra loro le due cifre di questo numero, si ottiene un numero più piccolo di 70 ma più grande di 50.

Qual è il numero pensato da Giacomo?

Spiegate come avete fatto a trovarlo.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: numerazione, relazione d'ordine, cifra e numero, notazione posizionale, doppio di un numero, numeri pari

Analisi del compito

- Comprendere le differenti condizioni del problema.
- Tradurre ciascuna condizione con una proprietà delle cifre del numero cercato.
- Procedere in modo sistematico scartando i numeri che non soddisfano tali condizioni.
- Dedurre, dalle prime tre condizioni, che i numeri possibili sono i numeri pari compresi tra 34 e 49. Tra questi gli unici numeri compatibili anche con la quarta condizione sono il 34, il 40, il 42, il 46 ed il 48.
- Scartare il 34, il 40, il 42, e il 48 perché non compatibili con la quinta condizione.
- Concludere che il numero pensato è 46.

Oppure: la seconda e terza condizione mostrano che i numeri possibili sono compresi tra 34 e 49; l'ultima condizione dà come cifra delle unità 5 o 6; la prima condizione impone 6 come cifra delle unità: a questo punto i numeri possibili sono 36 o 46; la quarta condizione porta al 46.

Risposta corretta : 46 con spiegazione o verifica esplicita della coerenza con tutte le condizioni

Livello: 3, 4

Origine: Bourg-en-Bresse

3. CHI È IL PIÙ VECCHIO? (Cat. 3, 4)

Carla, Giovanni, Luca, Maria e Pietro sono cinque amici inseparabili anche se hanno tutti età diverse.

- Carla non è la più giovane del gruppo;
- Pietro è più vecchio di Carla;
- Giovanni è il più vecchio dei maschi, ma è più giovane di Maria.

Scrivete i nomi dei cinque amici dal più vecchio al più giovane.

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Logica: gestione di relazioni e condizioni ; formulazione di ipotesi

Analisi del compito

- Dalla prima e dalla terza condizione dedurre che Maria è la più vecchia di tutti.
- Rendersi conto che Carla, per la prima condizione, non può essere più giovane di Luca e quindi, per la seconda condizione, deve essere tra Luca e Pietro.

Oppure: la terza o la seconda condizione permettono di dire che Giovanni è più vecchio di Luca, Pietro e Carla e che si trova al secondo posto dopo Maria e prima di Carla; dalla prima informazione sarà Luca l'ultimo.

Oppure: sistemare gli amici con tentativi successivi e correzioni, eventualmente con l'aiuto di nomi o figure mobili, ma senza essere certi che la soluzione sia determinata in modo unico.

Risposta corretta : Maria, Giovanni, Pietro, Carla, Luca e ben spiegata (o comunque è chiaro che l'ordinamento non è stato ottenuto soltanto per tentativi ed errori, ma con ragionamenti dello stesso tipo di quelli dell'analisi del compito)

Livello: 3, 4
Origine: Siena

4. LA MUCCA DI NONNA PAPERA (Cat. 3, 4)

Gli alberi del frutteto di Nonna Papera sono allineati molto bene. Essi sono rappresentati dai punti neri nella figura qui sotto.

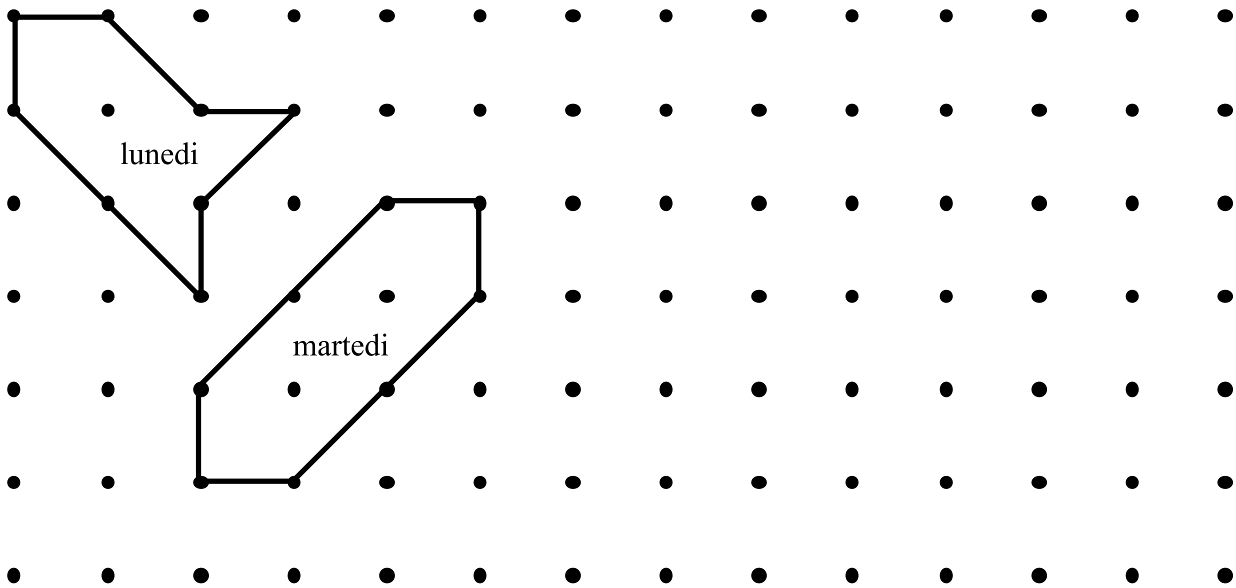
Lunedì mattina, Nonna Papera ha fatto un recinto per consentire alla sua mucca Ortensia di brucare l'erba che cresce sotto gli alberi. Ha utilizzato 8 pali di legno, 4 più lunghi e 4 più corti, che ha sistemato tra 8 tronchi di alberi, in modo da collegare un tronco ad un altro.

Lunedì sera, Ortensia ha mangiato tutta l'erba del recinto, ma ha ancora fame.

Martedì mattina, Nonna Papera fa un nuovo recinto, più grande di quello di lunedì, utilizzando gli stessi 8 pali. Ortensia avrà così più erba da mangiare.

Martedì sera, Ortensia ha mangiato di nuovo tutta l'erba del recinto, ma ha ancora fame.

Piantina del frutteto di Nonna Papera
con la posizione dei recinti di lunedì e martedì



Aiutate Nonna Papera e disegnate un recinto per mercoledì ed un altro per giovedì, via via più grandi, per dare ogni giorno più erba ad Ortensia.

Ma attenzione, dovete ogni volta collegare tra loro 8 alberi, utilizzando sempre gli stessi 8 pali.

Spiegate perché il vostro recinto di mercoledì è più grande di quello di martedì e il vostro recinto di giovedì è più grande di quello di mercoledì.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: proprietà di figure chiuse, confronto di lunghezze
- Misura: ricerca di un'unità comune per l'area

Analisi del compito

- Interpretare la piantina del frutteto ed individuarvi gli alberi, i pali e i diversi recinti.
- Osservare i perimetri dei recinti e riconoscere che ci sono due tipi di pali, quelli la cui lunghezza corrisponde ad un lato di un «quadretto» o a una sua diagonale. Constatare che ciascun perimetro è composto da quattro pali di ciascuno dei due tipi.
- Comprendere che le espressioni «quello che c'è da mangiare» nel recinto, o «più grande», si riferiscono all'area del recinto il cui perimetro è sempre lo stesso e la cui forma non sembra debba essere presa in considerazione. Cercare allora di confrontare le aree per verificare che tale grandezza è aumentata e cercare di trovarne una più grande.

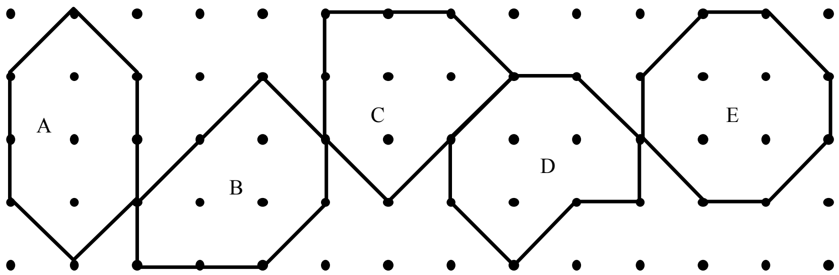
- Trovare che le aree dei recinti possono essere espresse in «quadrati» e/o in «triangoli» (metà dei quadrati). Per esempio, l'area del recinto del lunedì vale 2 quadrati interi e 4 triangoli, quella del recinto del martedì vale 3 quadrati interi e 4 triangoli.
- Cercare una disposizione dei pali che dia un'area più grande (4 quadrati e 4 triangoli, poi 5 quadrati e 4 triangoli) tenendo conto delle tre condizioni:

  aumento dell'area da martedì a mercoledì (scoperta di una delle forme A, B, C, D)

  aumento dell'area da mercoledì a giovedì

  rispetto delle lunghezze dei pali (4 «lati», 4 «diagonali»)

  A*lcune soluzioni per il mercoledì (A, B, C, D) e la soluzione per il giovedì (E).*



- Fornire una spiegazione che mostri che c'è un conteggio dei quadrati o dei triangoli o del numero dei punti interni (secondo il teorema di Pick, l'area in quadrati vale il numero dei punti interni + la metà del numero dei punti sulla frontiera – 1. Gli alunni non lo possono conoscere, ma l'intuizione «più alberi ci sono all'interno, più grande è l'area» è da accettare come spiegazione).

  Risposta completa : due figure trovate in progressione, rispetto delle lunghezze dei pali, con spiegazione

Livello: 3, 4

Origine: C.I.

5. L'ETA' DEI FRATELLI (Cat. 3, 4, 5)

In una famiglia ci sono tre ragazzi, Antonio, Bernardo, Cristiano e una ragazza Denise.

Denise sfoglia l'album delle foto di famiglia e osserva che:

- quando Antonio aveva 8 anni, Bernardo aveva 12 anni
- quando Bernardo aveva 9 anni, Cristiano aveva 3 anni.

Quale era l'età di Cristiano quando Antonio aveva 10 anni?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, sottrazione
- Logica
- Misura (del tempo)

Analisi del compito

- Rendersi conto che i bambini invecchiano di un anno ciascuno allo stesso tempo.
- Dedurne che Cristiano aveva 6 (3+3) anni quando Bernardo aveva 12 (9+3) anni, cioè quando Antonio aveva 8 anni.
- Concludere quindi che Cristiano aveva 8 (6+2) anni quando Antonio aveva 10 (8+2) anni.

Oppure: fare uno schema del tipo:

Antonio :	...	...	...	8	...	10	...
	|	|	|	|	|	|	|
Bernardo :	9	...	...	12	...	...	...
	|	|	|	|	|	|	|
Cristiano :	3	...	...	...	...	**8**	...

Oppure: Considerare che fra Bernardo e Antonio ci sono 4 anni di differenza e fra Bernardo e Cristiano ce ne sono 6.

- Concludere che Antonio ha due anni più di Cristiano e quindi quando Antonio aveva 10 anni, Cristiano ne aveva 8.

Risposta corretta : 8 anni, con spiegazione completa

Livello: 3, 4, 5

Origine: Franche-Comté

6. IL CICLISTA (Cat. 4, 5, 6)

Un ciclista si allena per 5 giorni, facendo ogni giorno 6 giri di pista in più rispetto al giorno precedente.

In questi 5 giorni di allenamento, egli ha fatto in tutto 100 giri di pista.

Quanti giri di pista ha fatto ogni giorno?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: operazioni, numeri in progressione aritmetica

Analisi del compito

- Comprendere che i numeri corrispondenti ai giri di pista fatti in ciascuno dei 5 giorni sono in progressione aritmetica di ragione 6 e che 100 è la somma di questi numeri.
- Procedere per tentativi: dopo aver scelto il primo numero e ricavati gli altri 4 in progressione aritmetica di ragione 6, farne la somma, confrontare il risultato con 100 e aggiustare quindi il numero di partenza (notare che ogni volta che si passa da un numero al successivo come primo termine della sequenza, la somma dei numeri della sequenza stessa aumenta di 5).

Oppure: effettuare la divisione 100 : 5 = 20; considerare 20 (valore medio) come numero centrale dei cinque da trovare pensati ordinati, e ricavare da esso gli altri quattro numeri.

Oppure: considerare che ogni giorno il ciclista fa lo stesso numero di giri del giorno precedente aumentato di 6; in 5 giorni il ciclista avrà fatto allora 5 volte il numero di giri del primo giorno e altri 60 (6+12+18+24) giri in più. Poiché il totale dei giri è 100, da (100 - 60): 5 si ottiene il numero dei giri fatti il primo giorno, cioè 8.

- Concludere che il numero dei giri fatti in ciascuno dei 5 giorni è, rispettivamente, 8, 14, 20, 26, 32.

Risposta corretta : 8, 14, 20, 26, 32, con descrizione del procedimento o controllo esplicito delle consegne (numeri di 6 in 6, somma uguale a 100)

Livello: 4, 5, 6

Origine: Bourg-en-Bresse

7. CENA DI GALA (Cat. 4, 5, 6)

Il ristorante «Il Ghiottone» deve preparare la sala per la Cena di Gala dei 122 partecipanti ad un convegno. Il ristoratore ha a disposizione 12 tavoli da 8 persone e 12 tavoli da 6 persone. Gli organizzatori del convegno hanno chiesto di apparecchiare in modo che nei tavoli utilizzati non rimangano posti vuoti.

Quanti tavoli di ciascun tipo possono essere apparecchiati per soddisfare la richiesta degli organizzatori?

Indicate le vostre soluzioni e spiegate come le avete trovate.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni, divisioni
- Combinatoria

Analisi del compito

- Rendersi conto che occorre utilizzare sia tavoli da 8 che tavoli da 6 in quanto 122 non è divisibile per nessuno di questi numeri.
- Procedere quindi per tentativi organizzati; per esempio, considerare che 12x8=96 e che quindi, utilizzando tutti i tavoli da 8, occorrerebbero ancora 26 posti per i quali però 4 tavoli da 6 non bastano e 5 non verrebbero apparecchiati per intero. Diminuire quindi il numero dei tavoli da 8 e rendersi conto che con 10 tavoli da 8 e 7 da 6 si riesce ad apparecchiare come voluto.
- Dopo aver trovato una prima soluzione, occorre pensare che ce ne potrebbero essere altre. Proseguire quindi la ricerca, per esempio diminuendo il numero dei tavoli da 8 e aumentando quello dei tavoli da 6 e trovare così le altre combinazioni che danno come somma 122. Si ottengono tre possibilità ulteriori: 7 tavoli da 8 posti e 11 tavoli da 6 posti, o 4 tavoli da 8 posti e 15 tavoli da 6 posti, o 1 tavolo da 8 posti e 19 tavoli da 6 posti . Solo la prima di queste combinazioni è però accettabile perché i tavoli da 6 posti sono solo 12.

Oppure: costruire una tabella del tipo:

Tavoli da 8	Persone sistemate	Persone ancora da sistemare	Tavoli da 6 (altre persone sistemate)	Persone restanti da sistemare
12	96	26	4 (24)	2 persone
11	88	34	5 (30)	4 persone
10	80	42	**7 (42)**	**0**
9	72	50	8 (48)	2 persone
8	64	58	9 (54)	4 persone
7	56	66	**11 (66)**	**0**
6	48	74	12 (72)	2 persone
5	40	82	13 (non accettabile)	4 persone
4	32	90	**15 (non accettabile)**	**0**

Oppure: contare il numero totale di posti disponibili (12x8 + 12x6 = 148), rendersi conto che bisogna eliminare 46 posti (148 – 122) mediante "tavoli completi"; ciò può essere fatto o eliminando 5 tavoli da 8 e 1 da 6 (8x5 + 6x1) o 2 tavoli da 8 e 5 da 6 (8x2 + 6x5); ricavare quindi che, nel primo caso, i tavoli saranno 7 (12 – 5) da 8 e 11 (12 – 1) da 6, mentre, nel secondo caso, i tavoli saranno 10 (12 – 2) da 8 e 7 (12 – 5) da 6.

- Concludere che per apparecchiare il salone ci sono due modi possibili: 10 tavoli da 8 e 7 da 6 oppure 7 tavoli da 8 e 11 da 6.

Risposta corretta : 10 tavoli da 8 e 7 da 6 ; 7 tavoli da 8 e 11 da 6, con spiegazione

Livello: 4, 5, 6

Origine : Siena

8. IL QUADRATO DI TOMMASO (Cat. 5, 6)

Tommaso ha ritagliato da un cartoncino molti pezzi quadrati:

- 3 pezzi da 1 cm di lato
- 5 pezzi da 2 cm di lato
- 5 pezzi da 3 cm di lato
- 1 pezzo da 4 cm di lato
- 1 pezzo da 5 cm di lato

Egli vuole unire tutti questi pezzi per formare un grande quadrato di 10 cm di lato. I pezzi non devono sovrapporsi e non ci devono essere spazi vuoti.

Tommaso potrà formare il grande quadrato utilizzando tutti i pezzi che ha ritagliato? Spiegate perché.

Disegnate questo quadrato di 10 cm di lato e i pezzi che avete utilizzato per formarlo.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: quadrato, area, pavimentazione
- Logica: ragionamento, deduzioni

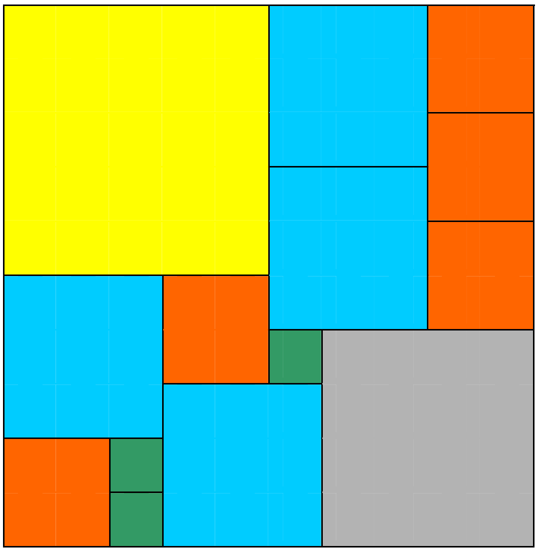
Analisi del compito

- Considerare che si possono utilizzare solo pezzi quadrati delle dimensioni indicate per costruire il quadrato grande.
- Calcolare l'area del quadrato grande in cm^2 (o il numero totale dei quadrati da 1 cm di lato), cioè 100, e l'area totale dei pezzi disponibili in cm^2 (o il numero totale dei quadrati da 1 cm), cioè 109; dedurre che c'è un pezzo in più, cioè un quadrato di 3 cm di lato.
- Provare a realizzare il quadrato grande con i pezzi rimasti (per esempio, ritagliando i quadrati piccoli e disponendoli su un quadrato 10x10, oppure disegnando una griglia quadrettata 10x10 e suddividendola in quadrati aventi le dimensioni desiderate)

Oppure: procedere per tentativi cercando di realizzare il quadrato grande con i pezzi indicati e constatare che alla fine rimane sempre un quadrato da 3 cm di lato.

Oppure: dopo aver osservato che il quadrato di lato 5 cm non può essere eliminato, constatare che 10 cm possono essere ottenuti come 5 cm+3 cm+2 cm o come 5 cm+3 cm+1 cm+1 cm o come 5 cm+2 cm+2 cm+1 cm o come 5 cm+4 cm+1 cm o come 5 cm+2 cm+1 cm+1 cm+1 cm, che determinano i quadrati che possono essere "affiancati" al quadrato di 5 cm lungo un lato del quadrato grande. Per tentativi e deduzioni, pervenire alla costruzione del quadrato grande (si può ottenere in più modi).

Esempio di possibile assemblaggio:



Risposta completa corretta : No, un quadrato di lato 3 cm è di troppo e presentazione di un possibile assemblaggio, con spiegazione chiara del metodo utilizzato per determinare il pezzo in più

Livello: **5, 6**

Origine: Bourg-en-Bresse

9. GIOCATORI DI GOLF (Cat. 5, 6)

Al campo di golf, Claudio sta per tirare delle palline in una buca. Dice al suo amico Andrea:

"Io ti do 2 euro ogni volta che la mia pallina non va in buca, ma tu dai 1 euro a me ogni volta che va dentro".

Andrea accetta la sfida.

Dopo 18 tiri, Andrea deve dare a Claudio 3 euro.

Quanti tiri ha sbagliato Claudio?

Spiegate il ragionamento effettuato.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: moltiplicazione e sottrazione

Analisi del compito

- Capire che la somma dei tiri centrati e di quelli sbagliati è 18.
- Capire che il risultato finale è la differenza fra l'importo degli euro che Andrea deve dare a Claudio e quelli che Claudio deve dare ad Andrea.
- Capire che se Claudio centra tutti i tiri Andrea gli deve 18 euro, oppure che se li sbaglia tutti deve pagare lui 36 euro ad Andrea.
- Partendo da una di queste due constatazioni, modificare progressivamente il numero dei tiri centrati oppure sbagliati e calcolare l'importo che Andrea deve pagare.
- Continuare sino a trovare la soluzione: 13 tiri centrati e 5 sbagliati.

Oppure: ipotizzare che si siano avuti tanti successi quanti insuccessi, cioè 9 e 9, e procedere come sopra.

Oppure: supporre per esempio che ci siano state 18 buche: Claudio dovrebbe avere 18 euro. Procedere rimpiazzando un successo con un insuccesso e rendersi conto che ciò fa diminuire la somma iniziale (18) di 3; comprendere che con 5 insuccessi si diminuisce di 15 e a Claudio rimangono 3 euro.

Oppure: comprendere che per ogni tiro sbagliato ci vogliono due successi per pareggiare; rendersi conto che Claudio, essendo in credito di 3 euro, sicuramente ha fatto 3 buche e negli altri 15 tiri i successi e gli insuccessi si sono pareggiati, ovvero si sono avuti 10 tiri buoni e 5 sbagliati.

Oppure: tentativi sistematici: 18 successi, 17 successi, 16 successi,....

Oppure: trovare le possibilità con tentativi non organizzati e senza essere coscienti dell'unicità della soluzione.

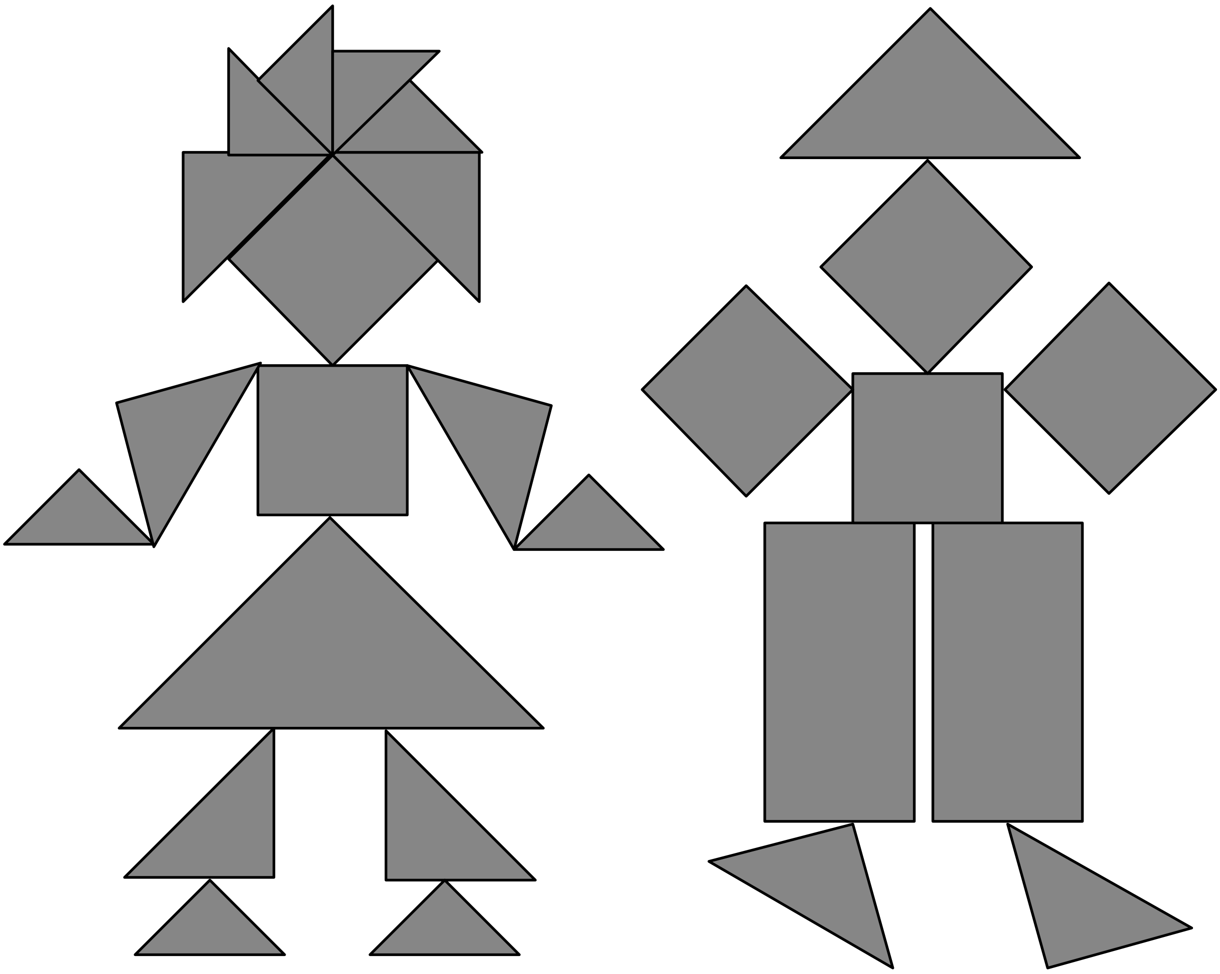
Risposta corretta : 5 e ben spiegata

Livello: 5, 6

Origine: Cantone Ticino

10. TAGLIA E RITAGLIA (Cat. 5, 6)

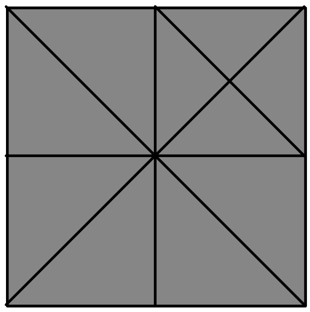
Incollando dei pezzi ritagliati da cartoncino, Aldo ha realizzato un quadro che rappresenta due personaggi: una bambina a sinistra e un bambino a destra.



Per preparare i pezzi del suo quadro, Aldo ha utilizzato più fogli di cartoncino, quadrati e della stessa grandezza.

Ha piegato ciascun foglio una, due o tre volte e poi lo ha ritagliato seguendo alcune delle pieghe ottenute.

Questa figura mostra un foglio di cartoncino quadrato e le diverse piegature che Aldo ha potuto effettuare:



Secondo voi, nel quadro che ha realizzato, Aldo ha usato più cartoncino nella figura della bambina o in quella del bambino?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: superfici equiestese
- Misure di aree

Analisi del compito

- Analizzare il quadro e riconoscere i suoi diversi elementi (triangoli rettangoli isosceli di quattro diverse dimensioni, quadrati e rettangoli), misurando o ritagliando e sovrapponendo.

- Stabilire delle relazioni fra i pezzi e constatare che essi possono essere decomposti o ricoperti utilizzandone uno solo come unità: il triangolo piccolo (che si trova nel fiocco della bambina).
- Scomporre tutte le forme in triangoli più piccoli e determinare l'area per conteggio. Trovare che sono stati utilizzati 36 triangoli-unità per realizzare la figura della bambina e 40 per quella del bambino.

Oppure: utilizzare altre unità come il triangolo "doppio del piccolo" o il quadrato (equivalente a 4 triangoli piccoli o a un triangolo quarta parte del foglio di cartoncino).

Oppure: per compensazione, accoppiare forme geometriche che formano la figura della bambina ad altre equiestese nella figura del maschietto fino a trovare che quest'ultimo richiede più cartoncino.

Risposta giusta: è stato adoperato più cartoncino per il maschietto, con disegno in cui siano chiare le scomposizioni fatte oppure con spiegazione chiara del procedimento seguito

Livello: 5, 6 **Origine**: Valle d'Aosta

11. LE PANCHINE DEL PARCO (Cat. 5, 6, 7)

In un grande parco ci sono due tipi di panchine: panchine a 2 posti e panchine a 3 posti.

Le panchine a 2 posti sono 15 in più rispetto a quelle a 3 posti.

In tutto, sulle panchine, ci sono 185 posti a sedere.

Quante panchine ci sono in tutto nel parco?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica (le 4 operazioni)

Analisi del compito

- Rendersi conto che se si avessero tante panchine a 2 posti quante a 3 posti, sarebbe sufficiente dividere per 5 il numero dei posti a sedere per trovare il numero delle panchine (185:5=37).
- Osservare che le 15 panchine in più a 2 posti offrono 30 posti a sedere, quindi togliendo 30 da 185, trovare 155, cioè il numero dei posti a sedere equamente divisi tra panchine a 2 e a 3 posti. Dalla divisione 155 : 5 = 31 ottenere il numero di panchine a 3 posti e da 31 + 15 = 46 quello delle panchine a 2 posti.
- Dedurre che 77 = 31 + 46 è il numero delle panchine presenti nel parco.

Oppure: dopo avere diviso 185 per 5, diminuire progressivamente le panchine a tre posti e aumentare quelle a due posti considerando che 2 panchine a 3 posti equivalgono a 3 panchine a 2 posti.

- Continuare così finché la differenza tra il numero di panchine a 2 posti e quello delle panchine a 3 posti è 15.
- Rappresentare eventualmente il procedimento con una tabella del tipo:

N. panchine a 2 posti	37	40	43	**46**
N. panchine a 3 posti	37	35	33	**31**
Differenza	0	5	10	**15**

Oppure: scegliere un ipotetico numero di panchine a 2 posti, diminuire successivamente il numero delle panchine a 2 posti e aumentare quello delle panchine a 3 posti, considerando che 2 panchine a 3 posti equivalgono a 3 panchine a 2 posti. La soluzione buona si ha quando la differenza tra i numeri dei due tipi di panchine è 15. Aiutarsi eventualmente con una tabella del tipo riportato qui sotto in cui il numero ipotizzato per le panchine a 2 posti è 70.

Numero di panchine a 2 posti	70	67	64	61	58	55	52	49	46	43	40	37
Numero di panchine a 3 posti	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37
Differenza	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0

Soluzione corretta : 77 panchine in tutto, 31 a 3 posti e 46 a 2 posti, con operazioni e spiegazioni complete

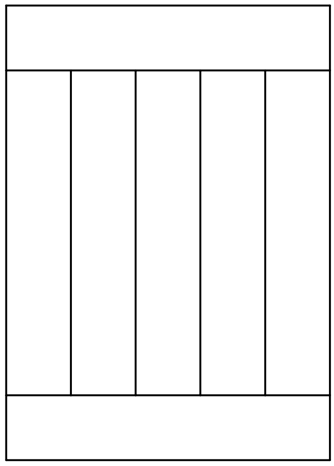
Livello: 5, 6, 7

Origine: Franche Comté

12. IL TAVOLO DA GIARDINO (Cat. 6, 7)

Il papà di Luca ha costruito un tavolo rettangolare da giardino utilizzando 7 assi di legno uguali, ciascuna di perimetro 3 metri.

Ecco il disegno del piano del tavolo così come appare al termine del lavoro.



Quali sono la lunghezza e la larghezza di questo tavolo da giardino?

Date la vostra risposta e spiegate il ragionamento che avete fatto.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: perimetro, rettangolo e decomposizione del rettangolo
- Aritmetica: le 4 operazioni

Analisi del compito

- Capire dalla disposizione delle assi all'interno del piano del tavolo che la lunghezza di un'asse è 5 volte la sua larghezza e che quindi il suo perimetro è 12 volte tale larghezza (2x5+2x1). Ne segue che la larghezza di un'asse è 25 cm (300:12).
- Di conseguenza, essendo la larghezza e la lunghezza del piano del tavolo, rispettivamente, 5 e 7 volte la larghezza di un'asse, le dimensioni del tavolo sono 125 cm (25x5) e 175 cm (25x7).

Oppure: si può notare sul disegno che il perimetro del piano del tavolo può esprimersi per mezzo dei lati di un'asse poiché è formato da 4 larghezze e 4 lunghezze. Ne segue che il perimetro del piano del tavolo è 2 volte quello di un'asse, cioè 600 cm (300x2). Notare poi che la lunghezza di un'asse è 5 volte la sua larghezza e che quindi il perimetro del piano del tavolo corrisponde a 24 volte la larghezza di un'asse; dedurne che (600:24)x5=125 cm è la larghezza del tavolo, mentre la lunghezza è (600:24)x7 = 175 cm.

Risposta corretta : larghezza 125 cm o 1,25 m, lunghezza 175 cm o 1,75 m, con spiegazioni chiare

Livello: 6, 7

Origine: Siena

13. STORIA DI CUBI (Cat. 7, 8)

Filippo possiede una scatola contenente 220 cubetti di legno con il lato di 1 cm. Con questi cubetti, Filippo costruisce il cubo più grande possibile. Alla fine non gli resta che qualche cubetto.

Quanti cubetti ha utilizzato Filippo per la sua costruzione?

Quando Filippo se ne va, sua sorella Anna gli distrugge il cubo e prova a costruirne altri, tutti diversi tra loro. Quando finisce il lavoro, ha davanti a sé i cubi che ha costruito e si accorge di aver utilizzato complessivamente proprio lo stesso numero di cubetti di suo fratello.

Qual è la lunghezza del lato di ogni cubo che Anna ha costruito?

Giustificate le vostre risposte

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: operazioni sui numeri naturali
- Geometria: volume del cubo

Analisi del compito

- Sapere che se k è il numero di cubetti disposti lungo un lato di un cubo, il numero totale dei cubetti che formano il cubo è $k \times k \times k = k^3$.
- Considerare allora la sequenza dei primi numeri naturali 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, . . . e scrivere i rispettivi cubi 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, . . e fermarsi quando si supera il 220.
- Dedurre che il cubo di Filippo è composto da 216 (6^3) cubetti.
- Capire che Anna per poter realizzare cubi tutti diversi non ne può costruire solo due perché la scelta possibile è fra i cubi di 125, 64, 27, 8 e 1 cubetti: 216-125= 91, 216-64 = 152, 216-27= 189, 216-8= 208, 216-1= 215 non sono cubi di numeri.
- Osservare che Anna deve costruire almeno 3 cubi e trovare (per tentativi) che l'unica possibilità di ottenere 216 come somma di tre numeri cubici è 125+64+27.
- Concludere quindi che Anna ha costruito 3 cubi aventi lato rispettivamente 5cm, 4cm, 3cm.
- Osservare che con più di 3 cubi non è possibile rispettare la clausola di costruire cubi tutti diversi (già con 4 dei cinque numeri possibili (1, 8, 27, 64, 125) non si può ottenere 216 senza ripetizioni).

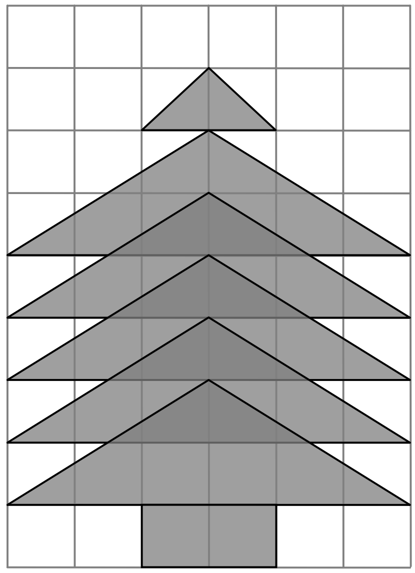
Le quattro risposte corrette : 216 cubetti; 3cm, 4cm, 5cm, con giustificazione chiara e precisa

Livello: 7, 8

Origine: Luxembourg

14. L'ABETE (Cat. 7, 8)

Un abete è disegnato su un foglio di carta quadrettata: il tronco è un rettangolo formato da due quadrati, mentre il resto dell'abete è formato da cinque triangoli uguali, parzialmente sovrapposti, e da un triangolo più piccolo che costituisce la punta.



Maria osserva il disegno ed è convinta che la parte del foglio occupata dall'abete sia più grande di quella che resta.

Pensate che Maria abbia ragione?

Date la vostra risposta e giustificate il ragionamento fatto.

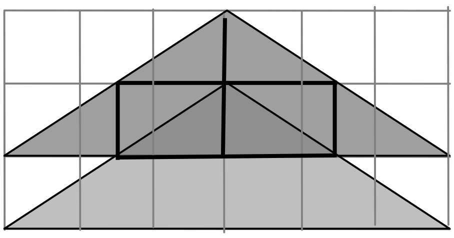
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: confronto di aree, decomposizione, equivalenza, isometrie (simmetria), similitudine
- Aritmetica: operazioni, frazioni

Analisi del compito

- Scegliere il quadrato della quadrettatura come unità di misura per le aree.
- Osservare che l'abete è formato da un rettangolo di 2 quadrati, da 5 grandi triangoli isosceli congruenti che si sovrappongono in modo da avere sempre metà dell'altezza relativa al lato orizzontale in comune, e da un triangolo piccolo, anch'esso isoscele, equivalente ad 1 quadrato-unità.
- Capire che l'area di uno qualunque dei cinque triangoli grandi uguali è di 6 quadrati (ogni triangolo è equiscomponibile con un rettangolo di 6 quadrati).
- Per valutare l'area della regione costituita dai cinque triangoli grandi parzialmente sovrapposti, effettuare la suddivisione seguente:



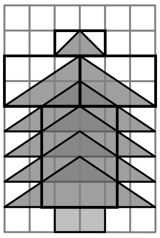
Osservare che ciascuno di questi triangoli può essere suddiviso in 8 piccoli triangoli congruenti, aventi ciascuno la stessa altezza, l'altro lato dell'angolo retto essendo in comune o essendo opposto in un parallelogramma.

L'area di ciascuna parte di sovrapposizione è dunque quella di 2 piccoli triangoli rettangoli, cioè ¼ dell'area di un triangolo grande. Di tali parti di sovrapposizione ce ne sono 4 per cui l'area totale è quindi quella di un triangolo grande. L'area della parte di abete costituita dai 5 triangoli grandi che si sovrappongono è dunque 4x6=24 quadrati unità. Aggiungendo i due quadrati del tronco e un quadrato per la cima, si ottiene un'area totale di 27 quadrati unità.

Oppure: per ragioni di simmetria della figura lavorare solo sulla metà, destra o sinistra, dell'abete e valutare, con considerazioni analoghe alle precedenti, l'area della regione costituita dai cinque triangoli rettangoli sovrapposti.

- Dedurre, dal momento che l'area dell'intero rettangolo del foglio è di 54 = 6x9 quadrati, che l'area della parte non occupata dall'abete è ancora di 27 quadrati.

Oppure: procedere cercando di individuare nella figura parti bianche e grigie che si compensino (equivalenti); per esempio considerando una suddivisione come quella mostrata qui sotto:



- Concludere che Maria non ha ragione: le due parti del foglio hanno la stessa estensione.

[Soluzione esperta per il calcolo dell'area dei triangoli che si sovrappongono: ricorrere alla similitudine, considerando che il rapporto di similitudine tra la parte triangolare di sovrapposizione e l'intero triangolo è ½ e quindi che il rapporto tra le aree è ¼.]

Risposta corretta : Maria non ha ragione perché le due parti del foglio hanno la stessa estensione, e ben giustificata

Livello : 7, 8

Origine : Siena

15. SOLIDARIETÀ PER L'AFRICA (Cat. 7, 8, 9)

Lorenzo ed i suoi amici hanno raccolto 5900 euro per comperare reti e materassi da inviare in Africa per allestire un ospedale. Essi devono spendere esattamente la cifra raccolta.

In un grande centro commerciale hanno trovato dei buoni materassi al prezzo di 120 euro e delle ottime reti al prezzo di 70 euro. Si rendono conto che non possono comprare lo stesso numero di reti e di materassi in modo da avere tutti letti completi, cioè rete con materasso.

Lorenzo decide allora di fare l'acquisto in modo da ottenere il massimo numero di letti completi e di esaurire poi i soldi a disposizione comperando reti o materassi in soprannumero.

Quanti materassi e quante reti hanno comperato Lorenzo ed i suoi amici?
Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: le quattro operazioni; multipli.
- Algebra: equazioni in due variabili a soluzione intera positiva
- Logica: sistematicità della ricerca

Analisi del compito

- Comprendere, come è detto nel testo, che è impossibile comprare letti completi con la cifra a disposizione, in quanto 5900 non è un multiplo di 190 (120 +70). Infatti, 5900:190=31 con resto 10.
- Organizzare una ricerca partendo dall'alto: visto che non è possibile comperare 31 coppie rete-materasso perché avanzano solo 10 euro, provare dapprima con 30. Restano 200 euro (5900-190x30), ma questo numero non è divisibile né per 70, né per 120. In questo modo non si può dunque esaurire la somma di 5900 euro acquistando reti o materassi. Ridurre il numero N di coppie rete-materasso fino a che il residuo non sia divisibile o per 70 o per 120. Costruire cioè una tabella come la seguente:

N: Numero letti completi	Differenza fra 5900 e 190×N
N=31	10
N=30	200
N=29	390
N=28	580
N=27	770

- Osservare che il primo dei residui che soddisfa la precedente condizione è 770, che è multiplo di 70.
- Concludere che Lorenzo acquisterà 27 coppie rete-materasso e 11 reti in aggiunta; quindi 27 materassi e 38 reti.

Oppure affrontare il problema per via algebrica indicando con x il numero dei materassi e con y il numero delle reti e tradurre le condizioni del problema con la relazione $120x + 70y = 5900$ che è un'equazione che si riduce a $12x + 7y = 590$.

- Ricercare le soluzioni intere positive dell'equazione precedente per tentativi organizzati, con tabelle, ecc. e trovare così le 7 coppie (6;74), (13; 62), (20; 50), (27; 38), (34; 26), (41; 14), (48; 2)
- Scegliere, fra le 7 soluzioni trovate, quella che prevede di comperare il massimo numero di coppie rete-materasso e cioè 27 materassi e 38 reti.

Risposta corretta : 27 materassi, 38 reti, con spiegazione

Livello: 7, 8, 9
Origine: Siena

16. LA MARATONA DI TRANSALPINO (Cat. 7, 8, 9, 10)

Michel e Philippe hanno deciso di iscriversi alla grande Maratona di Transalpino ed hanno appena ricevuto i loro numeri di pettorale.

Si sa che:

- sono due numeri consecutivi maggiori di 100 e minori di 1000;
- per scrivere entrambi i numeri sono state utilizzate solo due differenti cifre;
- la somma delle sei cifre che compongono i due numeri è 39.

Quali possono essere i due numeri di pettorale di Michel e di Philippe?
Spiegate come li avete trovati.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: cifra-numero, notazione posizionale
- Logica: deduzioni, ragionamento di tipo combinatorio
- Algebra: calcolo letterale

Analisi del compito

- Capire che, per scrivere numeri consecutivi di tre cifre usando solo due cifre diverse, le due cifre utilizzate devono essere "consecutive". La scelta deve allora cadere fra le seguenti coppie: 1-2; 2-3; 3-4; 4-5; 5-6; 6-7; 7-8; 8-9 (la coppia 0-1 non va bene perché i numeri sono maggiori di 100).
- Rendersi conto che i due numeri consecutivi cercati devono avere la stessa cifra per le centinaia, la stessa cifra per le decine (eventualmente diversa da quella delle centinaia) e cifre diverse per le unità.
- Si può fare un calcolo letterale: indicate con x e y le due cifre, dove $y=x+1$, i numeri cercati saranno della forma: xxx-xxy, xyx-xyy oppure yxx-yxy, yyx-yyy. La somma delle cifre è rispettivamente: $6x+1$ (prima coppia), $6x+3$ (seconda coppia, terza coppia), $6x+5$ (quarta coppia). Poiché tale somma deve essere 39, l'unica "somma" accettabile è $6x+3$ (perché x sia un numero intero). Dall'equazione corrispondente $6x+3 = 39$ si ricava la soluzione $x = 6$, dalla quale si ottiene $y = 7$. Poiché con le cifre 6 e 7 si formano le due coppie di numeri consecutivi 676 , 677 e 766 , 767, il problema ammette due soluzioni.

Oppure: si può pervenire alla stessa conclusione, anche considerando i numeri consecutivi di tre cifre che si possono formare con ciascuna delle coppie di cifre "consecutive" selezionate precedentemente (sono ogni volta quattro coppie di numeri consecutivi). Per es. con le cifre 3 e 4 tutte le coppie di numeri consecutivi che si possono scrivere sono 333, 334; 343, 344; 433, 434; 443, 444 la cui somma delle cifre dà come risultati 19, 21 e 23 che sono numeri troppo bassi. Si provano così le successive coppie di cifre fino ad arrivare a quella "giusta": 6-7. Si può facilitare la ricerca notando che nel passare da una coppia di cifre all'altra, la "somma" delle cifre subisce un aumento massimo di 6 (per es., la massima somma che si ottiene con le cifre 4-5 è 29 e quindi il 39 si ottiene con le cifre 6-7).

Oppure: dividere 39 per 6 e trovare 6 con resto 3; comprendere che per ottenere 39 si deve sommare 3 volte 6 e tre volte 7.

Oppure: si può pervenire all'individuazione della coppia di cifre 6-7 anche per tentativi non organizzati, con il rischio di accontentarsi di una sola soluzione.

Soluzione corretta : 676, 677 e 766 , 767, con spiegazione esauriente dell'esistenza delle due sole coppie di numeri

Livello: 7, 8, 9, 10

Origine: Siena

17. LA NOTTE DELLA GITA (Cat. 7, 8, 9, 10)

Le classi dell'istituto "Archimede", vanno in gita a Napoli, arrivano all'Hotel "Vesuvio" dove gli allievi passeranno la notte. L'albergo mette a loro disposizione tre camere a 5 letti, quattro camere a 4 letti e otto camere a 3 letti; così tutti i letti verranno occupati. La classe della sezione A è composta da 20 studenti di cui 7 maschi, la B da 18 studenti di cui 8 maschi, mentre i maschi della sezione C sono solo 6.

E' possibile sistemare gli allievi nelle camere messe a disposizione dall'albergo in modo che in ogni camera si trovino solo femmine della stessa classe o solo maschi della stessa classe?

Come possono essere distribuiti gli allievi nelle stanze?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica (addizione, moltiplicazione, decomposizione)

Analisi del compito

- Capire che gli studenti in totale sono 55 dal momento che i letti sono tutti occupati (3×5+4×4+8×3) e che di conseguenza le femmine della sezione C sono 11 (55-20-18-6).
- Capire che la distribuzione nelle camere di alcuni gruppi è obbligata: i 7 maschi della sezione A occuperanno una tripla e una quadrupla; i 6 maschi della C occuperanno due triple.
- Distribuire le camere ancora disponibili (tre camere da 5 letti, tre camere da 4 letti, cinque camere da 3 letti) fra gli studenti rimasti, decomponendo i numeri degli elementi dei quattro gruppi (8 maschi della sezione B, 13 femmine della A, 10 femmine della B e 11 femmine della C) come somme di 3,4,5:

8=4+4	oppure	**8**=5+3		
13=3+3+3+4	oppure	**13**=5+4+4	oppure	**13**=5+5+3
10=5+5	oppure	**10**=3+3+4		
11=3+3+5	oppure	**11**=3+4+4		

- Si può procedere anche in modi diversi per organizzare l'inventario delle possibilità, per esempio con grafi ad albero, ma sempre con tentativi organizzati.

Le combinazioni possibili, che si ottengono per tentativi ed eliminazione, sono 5:

8=4+4	**13**=3+3+3+4	**10**=5+5	**11**=3+3+5
8=5+3	**13**=3+3+3+4	**10**=5+5	**11**=3+4+4
8=4+4	**13**=5+5+3	**10**=3+3+4	**11**=3+3+5
8=5+3	**13**=5+5+3	**10**=3+3+4	**11**=3+4+4
8=5+3	**13**=4+4+5	**10**=3+3+4	**11**=3+3+5

Risposta corretta : le cinque possibilità, con spiegazione esauriente che mostra tentativi organizzati e ragionamento coerente

Livello: 7, 8, 9, 10

Origine: Parma

18. OROLOGIO DIGITALE (Cat. 8, 9, 10)

Sabina ha appena attaccato ad una parete del suo ufficio, un orologio digitale che indica le ore ed i minuti, con cifre come queste:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Per esempio, la sera, alle 8 meno un quarto, l'orologio indica:

19:45

Poiché oggi Sabina ha un appuntamento a metà giornata, controlla rapidamente l'ora e si accorge che è tempo di partire.

Sabina non si rende conto che ha in effetti guardato l'immagine dell'orologio, riflessa nello specchio che è appeso al muro davanti a lei, di fronte all'orologio.

Arriva così al suo appuntamento con 20 minuti di anticipo.

In realtà, che ora era quando Sabina ha guardato l'orologio nello specchio?

Spiegate come l'avete trovata.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: simmetria assiale o riflessione
- Misura del tempo

Analisi del compito

- Sapere che l'immagine di un oggetto in uno specchio (verticale) è ottenuta con una simmetria assiale.
- Comprendere che le cifre dei minuti daranno per simmetria le cifre delle ore nell'ordine inverso e viceversa.
- Considerare come cifre possibili tra le 10 solo quelle che per simmetria di asse verticale danno ancora delle cifre. Esse sono:

  0 1 2 5 8

- Eliminare l'8, perché in posizione estrema non può essere una decina delle ore e in posizione mediana non può essere una decina dei minuti
- Studiare ciascuna delle 24 permutazioni possibili delle altre 4 cifre, per trattenere solo quelle che danno per simmetria delle ore che differiscono di 20 minuti, essendo Sabina uscita 20 minuti in anticipo. Ci sono 3 coppie che vanno bene:

  01:50 → 02:10 11:51 → 12:11

  21:55 → 22:15

  Poiché l'ora dell'appuntamento è a metà giornata, quando Sabina ha guardato l'orologio nello specchio l'ora reale era 11 : 51

Oppure: selezionare subito le coppie di minuti che possono dare una differenze di 20 minuti e che sono:

00-20 01-21 02-22 05-25 50-10 51-11 52-12 55- 15

Dedurre poi i possibili accoppiamenti con le ore (tenendo conto che 02-22, 05-25, 52-12 devono essere escluse perché le loro simmetriche non indicano un'ora):

05:00 00:20 ; 15:01 10:21 ; 12:11 11:51 ; 22:15 21:55 ; 02:10 01:50

Scartare i primi due perché non differiscono di 20 minuti e gli ultimi due perché non sono orari a metà giornata.

Oppure: determinare inizialmente le decine dei minuti che possono dare un aumento di 20 minuti nella simmetria. Ci sono due coppie che vanno bene: da 0 (ora reale) a 2 (ora "riflessa") e da 5 (ora reale) a 1 (ora "riflessa") passando l'ora.

- La prima coppia non va bene perché il 2 dà un 5 e lo 0 uno 0, e si avrebbe una differenza di 5 ore nella riflessione.

- Con la seconda coppia, a partire dal 5 come decina dei minuti, si completano i minuti con 0, 1 o 5, ma non con 2 perché ciò darebbe per simmetria un numero di ore che supera 50.
- Con 50 minuti, si ottiene la soluzione 01 : 50 che porta a 02 : 10; con 51 minuti si ottiene 11 : 51 che porta a 12 : 11; con 55 minuti, si ottiene 21 : 55 che porta a 22 : 15.
- Poiché si tratta di un'ora di metà giornata, Sabina ha letto 12 : 11 invece dell'ora effettiva, 11 : 51.

Oppure: comprendere che per l'ora ci sono solo due possibilità 11 o 12 perché le altre combinazioni delle cifre 0,1,2,5 danno ore "lontane" dalla metà giornata (00, 01, 02, 05, 10, 15, 20, 21, 22).

- Rendersi conto che se, per esempio, Sabina legge nello specchio 11:_ _ significa che nell'orologio è scritto _ _: 11. D'altra parte i minuti che si leggono sull'immagine nello specchio possono essere solo 11 o 51 dal momento che i loro simmetrici devono indicare sull'orologio un'ora che sia "vicina" alla metà giornata, altrimenti la differenza tra l'ora riflessa e quella effettiva sarebbe troppo grande.
- Verificare che l'ora letta da Sabina non può essere 11:11 perché sarebbe la stessa dell'orologio. Se fosse 11:51 l'orologio segnerebbe le 12:11 ma così Sabrina arriverebbe in ritardo, e non in anticipo, di 20 minuti.
- Concludere quindi che sullo specchio Sabina legge 12: 11 e l'orologio segna le 11:51.

Risposta esatta : "11 : 51" con spiegazioni.

Livello: 8, 9, 10

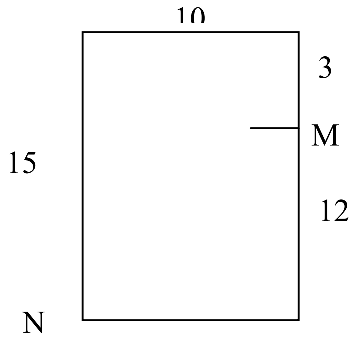
Origine: Franche-Comté

19. IL RETTANGOLO-PUZZLE (Cat. 8, 9, 10)

Il disegno rappresenta un rettangolo di 15 cm per 10 cm. Il trattino indica il punto M che divide uno dei lati maggiori in due segmenti di 12 cm e 3 cm rispettivamente.

Partendo dal punto M e andando a N, con un colpo di forbici, Antonio ha diviso questo rettangolo in 2 pezzi.

Con un secondo colpo di forbici, egli ha ottenuto, in tutto, 3 pezzi con i quali ha ricostruito un altro rettangolo avente un lato di 12 cm.



Come ha fatto Antonio? Riproducete il suo puzzle.

Spiegate come ha proceduto e perché ottiene proprio un rettangolo.

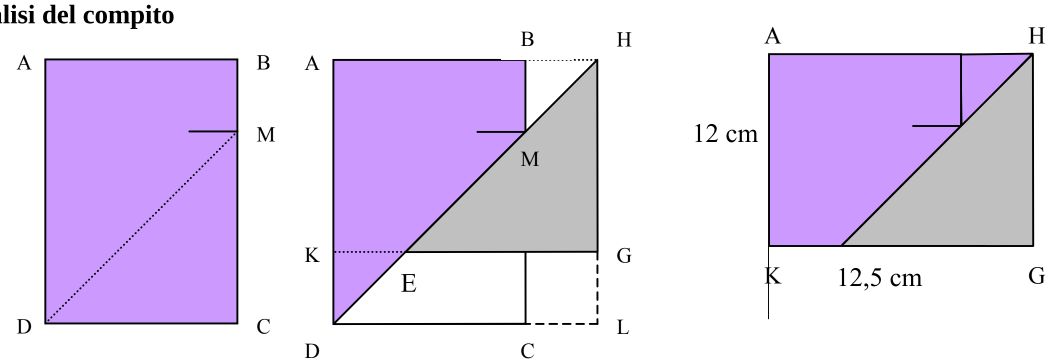
Qual è la misura del perimetro del suo nuovo rettangolo?

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: area del rettangolo, confronto d'aree per ritaglio e ricomposizione, uguaglianza di triangoli.

Analisi del compito



- Dopo aver tagliato il rettangolo ABCD seguendo il segmento MD, far scorrere il triangolo DCM lungo il taglio MD fino a toccare la retta AB in H. Fare un secondo taglio lungo KE e piazzare in MBH il triangolo DKE.
- Questi due triangoli sono uguali. Lo si giustifica per mezzo della stessa traslazione della costruzione iniziale che porta il triangolo DCM nel triangolo EGH. Si può anche giustificare l'uguaglianza mostrando che DKE ed MBH sono due triangoli rettangoli con gli angoli rispettivamente uguali (il secondo taglio da K ad E è parallelo ad AB), e con le ipotenuse uguali (DE=MH per traslazione).
- Il nuovo rettangolo AHGK ha la stessa area 15x10 = 150 cm^2 del rettangolo ABCD, ha un lato ancora di 12 cm e l'altro di 150/12 = 12,5 cm; il suo perimetro misura quindi 49 cm.
- Oppure: dopo aver trovato che il nuovo rettangolo ha dimensioni 12 cm x 12,5 cm, disegnarlo, posizionare in esso il triangolo MCD (ottenuto con il primo taglio) e cercare come tagliare il trapezio rettangolo ABMD per ricoprire il nuovo rettangolo con tre pezzi.

Risposta corretta : "tagli giusti, puzzle ben ricostruito, perimetro 49 cm a partire dalle dimensioni 12 e 12,5", e giustificazione dell'uguaglianza dei due triangoli

Livello: 8, 9, 10

Origine: Franche-Comté

20. UNA STRANA ADDIZIONE (Cat. 9, 10)

Harry, agente del controspionaggio, ha intercettato un messaggio in codice nel quale compare l'addizione che è qui mostrata:

Ogni simbolo rappresenta una cifra, sempre la stessa, e due simboli diversi rappresentano due cifre differenti.

Harry ha un dubbio: si chiede se il messaggio sia stato ben codificato.

#	§	*	•	+
		&	©	
%	@	¶	•	

Questa addizione vi sembra possibile? Perché?

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione con riporti
- Logica: ragionamento ipotetico-deduttivo e per assurdo.

Analisi del compito

- Saper impostare un'addizione ed effettuarla con i riporti.
- 1) Notare che © vale 0 poiché aggiunto a • non lo cambia.
- 2) Notare poi che c'è un riporto di 1 sulle decine perché § è cambiato in @.
- 3) Eliminare § = 9 perché si avrebbe @ = 0, valore già attribuito a ©.
- 4) Allora § + 1 è inferiore a 10 e non ci sono riporti dalle centinaia alle migliaia; in questo caso # + 0 fa # e non può dare %.
- Concludere che questa addizione è impossibile e il messaggio è mal codificato.

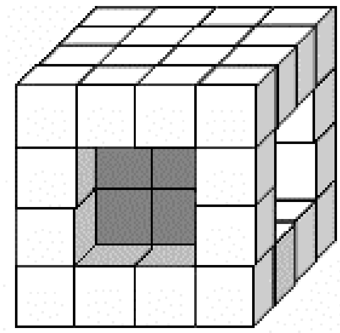
Risposta corretta : addizione impossibile, con spiegazione completa a partire dalle 4 argomentazioni precedenti

Livello: 9, 10

Origine: Franche-Comté

21. CUBO CON «FINESTRE» (9, 10)

Questo è il cubo con «finestre» costruito da Rubik per l'amico Kubi.



Le quattro «finestre» sono state ricavate da un cubo di 64 cubetti togliendo 4 cubetti da 4 facce, a due a due opposte.

Osservando il cubo e girandolo in tutti i modi possibili, Kubi si accorge che di alcuni cubetti che lo compongono è visibile una sola faccia, di altri più di una.

Secondo voi, ci sono cubetti che Kubi non può vedere?

Quanti sono i cubetti di cui Kubi può vedere una sola faccia?

Quanti sono i cubetti di cui Kubi può vedere due sole facce?

Kubi può vedere cubetti che mostrano tre facce?

Può vedere cubetti che mostrano più di tre facce? Quanti?

Giustificate le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: visualizzazione spaziale, cubo

Analisi del compito

- Capire che il cubo con « finestre » è costituito da 48 cubetti, cioè quelli che restano dai 64 iniziali dopo averne tolti 16 per realizzare le « finestre ».
- Immaginare la situazione nello spazio tridimensionale e dedurre che i cubetti presenti all' "esterno" del solido sono 40 e quelli all' "interno", che si vedono dalle « finestre », sono 8. Concludere che tutti i cubetti (48) hanno almeno una faccia visibile.
- Comprendere che non possono esserci cubetti con 6 o 5 facce visibili, perché altrimenti il solido sarebbe "sconnesso" o con "protuberanze cubiche".
- Concludere che ci sono quattro tipologie di cubetti secondo il numero delle loro facce visibili e determinare il numero di cubetti di ciascuna:
  a) 8 cubetti con 4 facce visibili (situati sugli spigoli comuni a due « finestre »);
  b) 24 cubetti con 3 facce visibili (gli 8 cubetti d' "angolo" ed altri 16 cubetti, 2 per ogni spigolo comune tra una faccia con «finestra » e una faccia senza «finestra »);
  c) 8 cubetti con 2 facce visibili (i cubetti "interni" che si vedono dalle « finestre »);
  d) 8 cubetti con 1 faccia visibile (i restanti cubetti al centro delle facce prive di « finestre »).

Risposte corrette a tutte le domande : NO; 8 cubetti con 4 facce visibili; 24 cubetti con 3 facce visibili; 8 cubetti con 2 facce visibili; 8 cubetti con 1 faccia visibile, con indicazione esaustiva dell'appartenenza dei cubetti alle varie tipologie

Livello: 9, 10

Origine: Siena

22. UN RAZZO RAPIDISSIMO (Cat. 10)

E’ stato inventato un razzo che raddoppia la sua velocità ogni secondo. Esso, però, parte molto lentamente: impiega esattamente un secondo per fare il primo centimetro.

In quanto tempo il razzo potrà raggiungere la Luna che dista 380 000 km dalla Terra?

Giustificate la vostra risposta e mostrate i calcoli che avete fatto.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: potenze di 2;
- Misura: cambiamento di unità di lunghezza
- Serie geometrica, logaritmi

Analisi del compito

- Comprendere che ogni secondo il razzo percorre il doppio della distanza che ha percorso il secondo precedente.
- Partendo da 1cm per il primo secondo, fare una tabella delle distanze percorse durante ciascun secondo e della distanza percorsa dalla partenza.
- Fermare il calcolo quando la distanza percorsa oltrepassa 380 000 km, cioè 38 000 000 000 cm. Il numero di linee di calcolo è il numero dei secondi che necessitano al razzo per raggiungere la Luna. Si arriverà a scrivere 36 linee di calcolo, la distanza totale percorsa in 36 secondi dal razzo è 68 719 476 735 cm, per una velocità raggiunta nell’ultimo secondo di 171 800 km/s, cioè meno di quella della luce.

[Calcolo esperto per gli insegnanti: La somma dei primi n termini della progressione geometrica di ragione 2, a partire da 1 cm è $(2^n - 1)$ cm (risultato della fattorizzazione di $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \ldots + 1)$ o ragionamento per induzione). Il numero n esprime il tempo, in secondi, che il razzo ha impiegato per percorrere $(2^n - 1)$ cm. La soluzione cercata è quindi il più piccolo intero n tale che $(2^n - 1) \geq 3{,}8 \times 10^{10}$. Considerando che $2^n > (2^n - 1)$ e passando ai logaritmi in base 10, si ottiene la disequazione: $n\log 2 > 10 + \log(3{,}8)$. Il calcolo dà la soluzione $n > 35{,}14$. In 36 secondi, il razzo avrà oltrepassato la Luna].

Risposta corretta : 36 s, con i calcoli senza errori.

Livello: 10

Origine: Franche-Comté